Das relationale Modell

- Grundlagen
- Übersetzung von ER-Schemata in relationale Schemata
- Relationale Algebra
- Relationenkalkül
- Domänenkalkül

Grundlagen des relationalen Modells

Seien $D_1, D_2, \ldots, D_n$ Domänen (Wertebereiche)

- *Relation:* $R \subseteq D_1 \times \ldots \times D_n$

  Bsp.: Telefonbuch $\subseteq$ *string x string x integer*

- *Tupel:* $t \in R$

  Bsp.: t = („Mickey Mouse“, „Main Street“, 4711)

- *Schema:* legt die Struktur der gespeicherten Daten fest

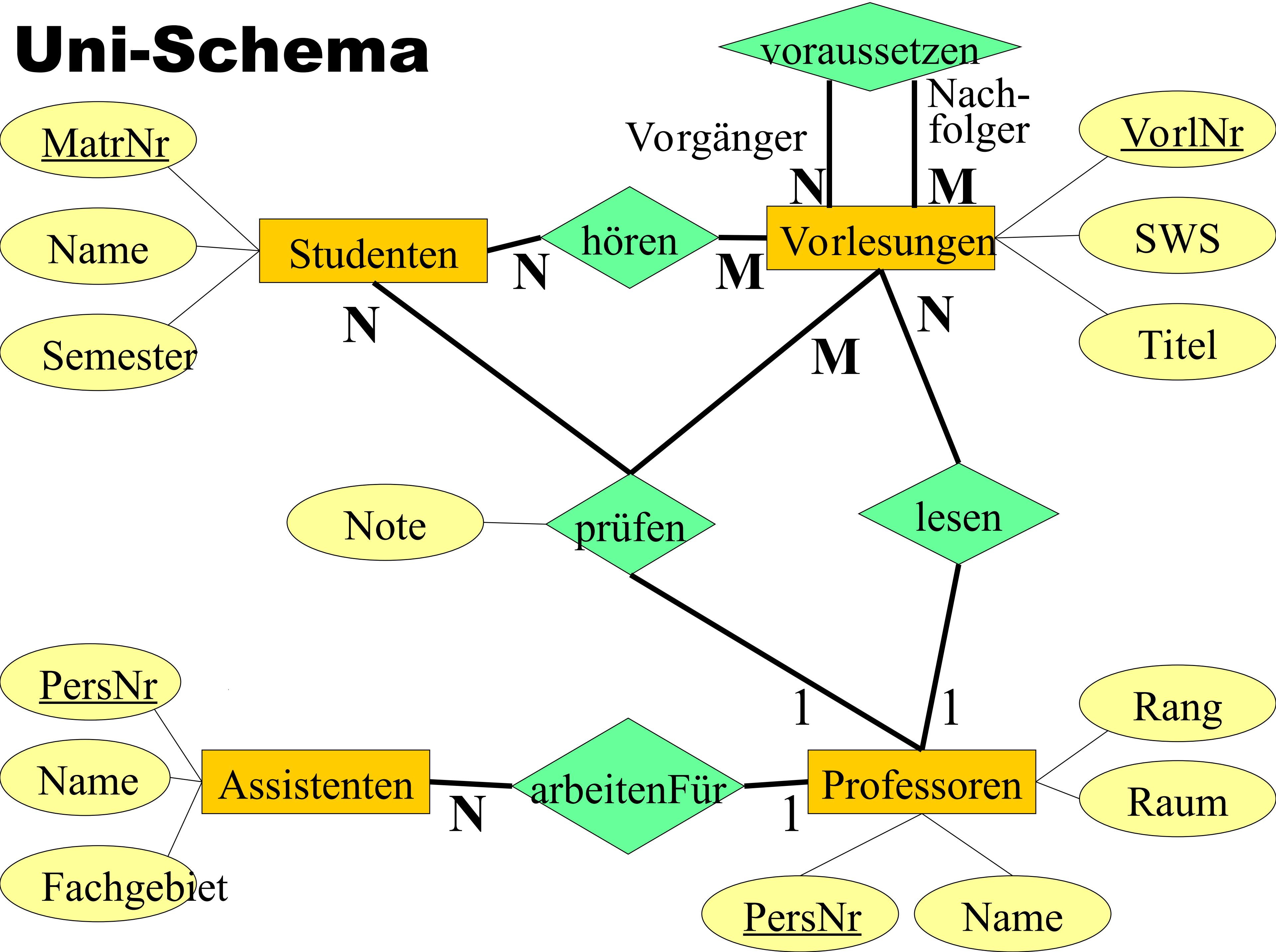
  Bsp.:

Telefonbuch: {[*Name: string, Adresse: string,*
Telefon#: integer]}

Telefonbuch		
Name	**Straße**	**<u>Telefon#</u>**
Mickey Mouse	Main Street	4711
Mini Mouse	Broadway	94725
Donald Duck	Broadway	95672
...	...	...

- **Ausprägung:** der aktuelle Zustand der Datenbasis
- **Schlüssel:** minimale Menge von Attributen, deren Werte ein Tupel eindeutig identifizieren
- **Primärschlüssel:** wird unterstrichen
  - Einer der Schlüsselkandidaten wird als Primärschlüssel ausgewählt
  - Hat eine besondere Bedeutung bei der Referenzierung von Tupeln

Uni-Schema


voraussetzen
Vorgänger
Nach-
folger
N
M
MatrNr
Name
Semester
Studenten
N
hören
M
Vorlesungen
VorlNr
SWS
Titel
N
M
N
Note
prüfen
lesen
1
1
PersNr
Name
Fachgebiet
Assistenten
N
arbeitenFür
1
Professoren
Rang
Raum
PersNr
Name

Relationale Darstellung von Entitytypen

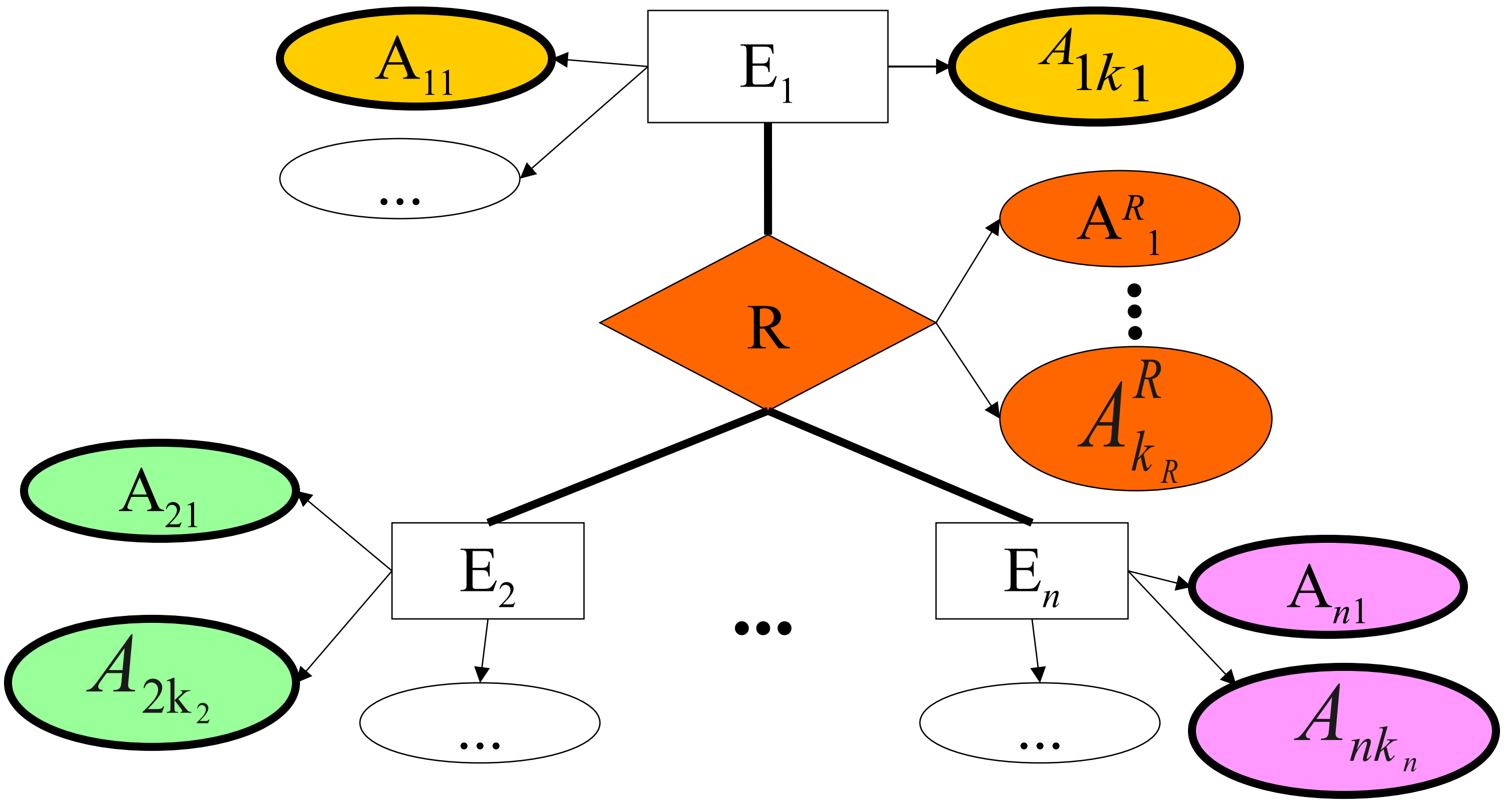
Studenten: {[MatrNr:integer, *Name*: *string*, *Semester*: *integer*]}

Vorlesungen: {[VorlNr:integer, *Titel*: *string*, *SWS*: *integer*]}

Professoren: {[PersNr:integer, *Name*: *string*, *Rang*: *string*, *Raum*: *integer*]}

Assistenten: {[PersNr:integer, *Name*: *string*, *Fachgebiet*: *string*]}

Relationale Darstellung von Beziehungen



$$R: \{[\underbrace{A_{11},\ldots,A_{1k_1}}_{\text{Schlüssel von } E_1}, \underbrace{A_{21},\ldots,A_{2k_2}}_{\text{Schlüssel von } E_2}, \ldots, \underbrace{A_{n1},\ldots,A_{nk_n}}_{\text{Schlüssel von } E_n}, \underbrace{A^R_1,\ldots,A^R_{k_R}}_{\text{Attribute von R}}]\}$$

Beziehungen unseres Beispiel-Schemas

hören : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

lesen : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

arbeitenFür : {[AssistentenPersNr: integer, *ProfPersNr: integer*]}

voraussetzen : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

prüfen : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,Note: decimal]}

Schlüssel der Relationen

hören : {[<u>MatrNr: integer, VorlNr: integer</u>]}

lesen : {[PersNr: integer, <u>VorlNr: integer</u>]}

arbeitenFür : {[<u>AssistentenPersNr: integer</u>, *ProfPersNr: integer*]}

voraussetzen : {[<u>Vorgänger: integer, Nachfolger: integer</u>]}

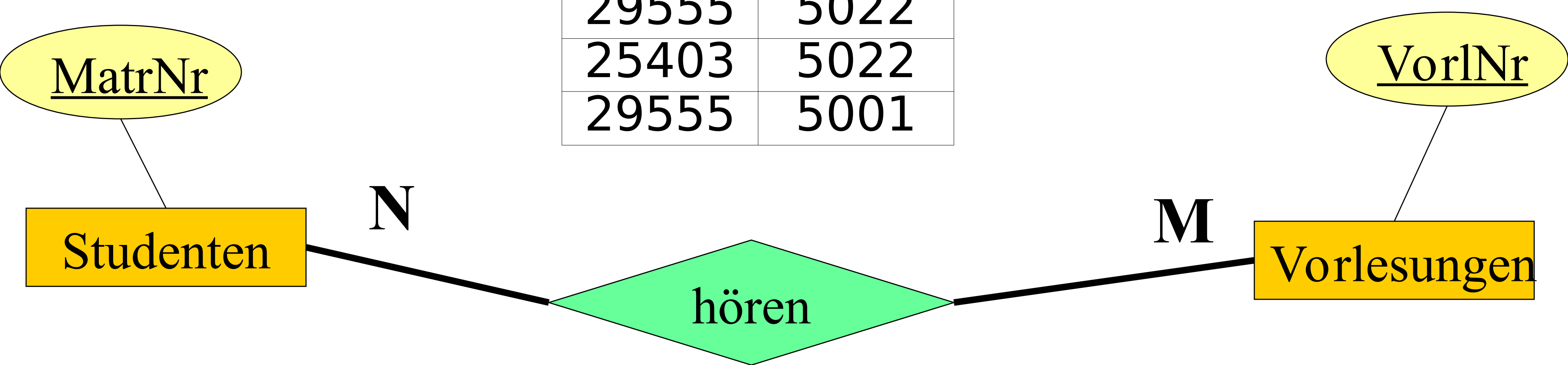
prüfen : {[<u>MatrNr: integer, VorlNr: integer</u>, PersNr: integer,Note: decimal]}

Ausprägung der Beziehung *hören*

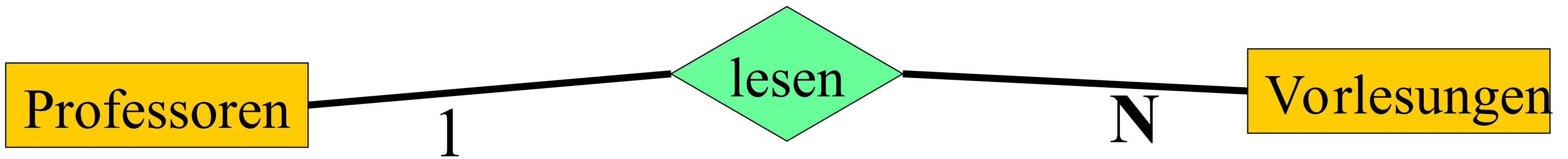
Studenten	
MatrNr	...
26120	...
27550	...
...	...

hören	
MatrNr	VorlNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5022
25403	5022
29555	5001

Vorlesungen	
VorlNr	...
5001	...
4052	...
...	...



Verfeinerung des relationalen Schemas



1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

    Vorlesungen : {[*<u>VorlNr</u>, Titel, SWS*]}

    Professoren : {[*<u>PersNr</u>, Name, Rang, Raum*]} 1

    lesen: {[*<u>VorlNr</u>, PersNr*]}

Verfeinerung des relationalen Schemas

1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

  Vorlesungen : {[*<u>VorlNr</u>, Titel, SWS*]}

  Professoren : {[*<u>PersNr</u>, Name, Rang, Raum*]}

  lesen: {[*<u>VorlNr</u>, PersNr*]}

- Verfeinerung durch Zusammenfassung

  Vorlesungen : {[*<u>VorlNr</u>, Titel, SWS,* ***gelesenVon***]}

  Professoren : {[*<u>PersNr</u>, Name, Rang, Raum*]}

Regel

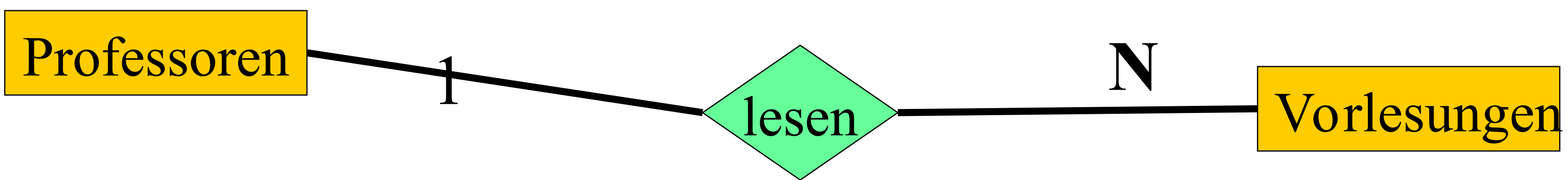
Relationen mit gleichem Schlüssel kann man zusammenfassen

aber nur diese und keine anderen!

Ausprägung von *Professoren* und *Vorlesung*

Vorlesungen			
VorlNr	Titel	SWS	Gelesen Von
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

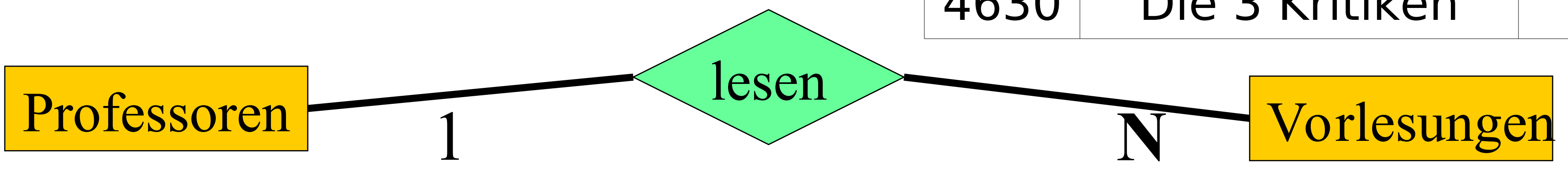
Professoren			
PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7



Vorsicht: So geht es NICHT

Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	liest
2125	Sokrates	C4	226	5041
2125	Sokrates	C4	226	5049
2125	Sokrates	C4	226	4052
...	...	...	...	...
2134	Augustinus	C3	309	5022
2136	Curie	C4	36	??

Vorlesungen		
VorlNr	Titel	SWS
5001	Grundzüge	4
5041	Ethik	4
5043	Erkenntnistheorie	3
5049	Mäeutik	2
4052	Logik	4
5052	Wissenschaftstheorie	3
5216	Bioethik	2
5259	Der Wiener Kreis	2
5022	Glaube und Wissen	2
4630	Die 3 Kritiken	4



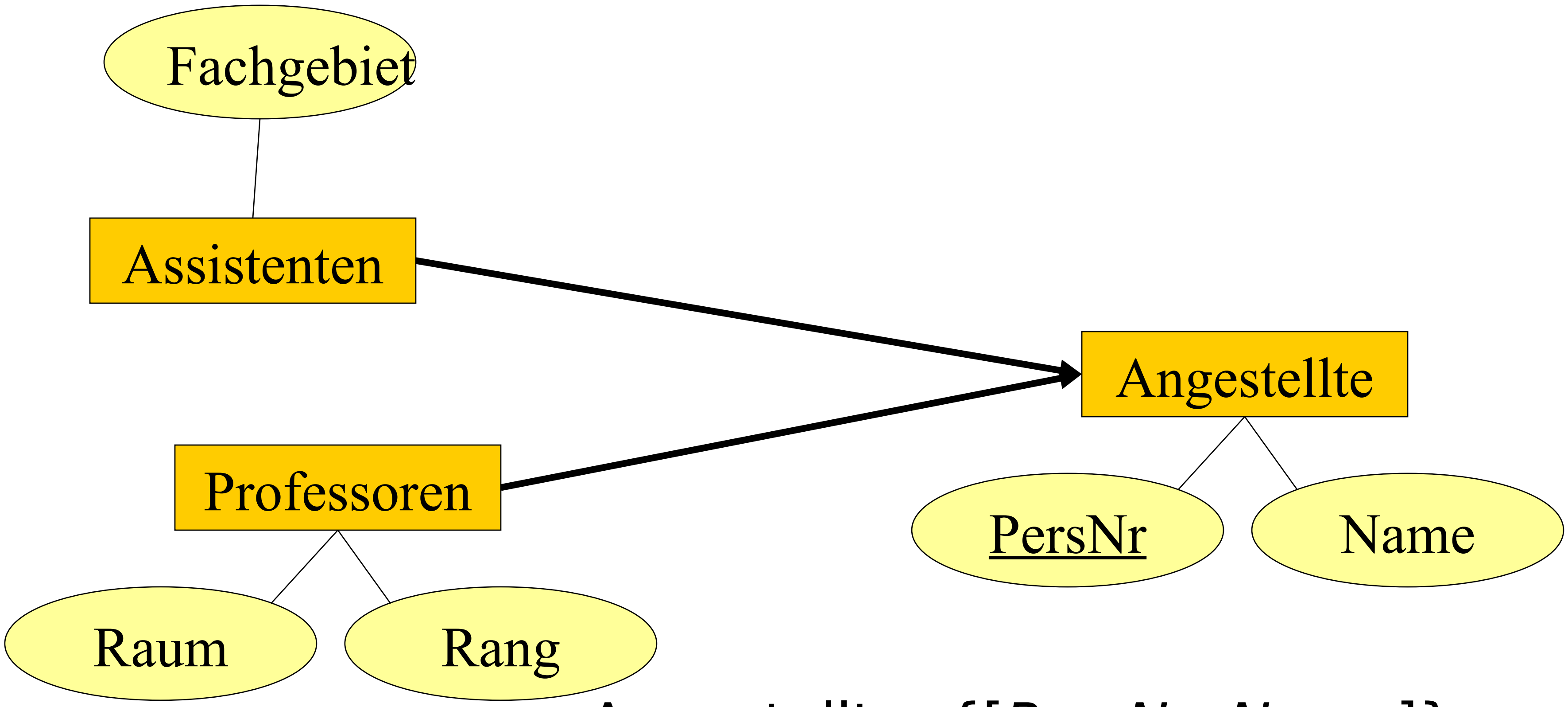
Vorsicht: So geht es NICHT: Folgen→Anomalien

Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	liest
2125	Sokrates	C4	226	5041
2125	Sokrates	C4	226	5049
2125	Sokrates	C4	226	4052
...	...	...	...	...
2134	Augustinus	C3	309	5022
2136	Curie	C4	36	??

Vorlesungen		
VorlNr	Titel	SWS
5001	Grundzüge	4
5041	Ethik	4
5043	Erkenntnistheorie	3
5049	Mäeutik	2
4052	Logik	4
5052	Wissenschaftstheorie	3
5216	Bioethik	2
5259	Der Wiener Kreis	2
5022	Glaube und Wissen	2
4630	Die 3 Kritiken	4

- Update-Anomalie: Was passiert wenn Sokrates umzieht
- Lösch-Anomalie: Was passiert wenn „Glaube und Wissen“ wegfällt
- Einfügeanomalie: Curie ist neu und liest noch keine Vorlesungen

Relationale Modellierung der Generalisierung

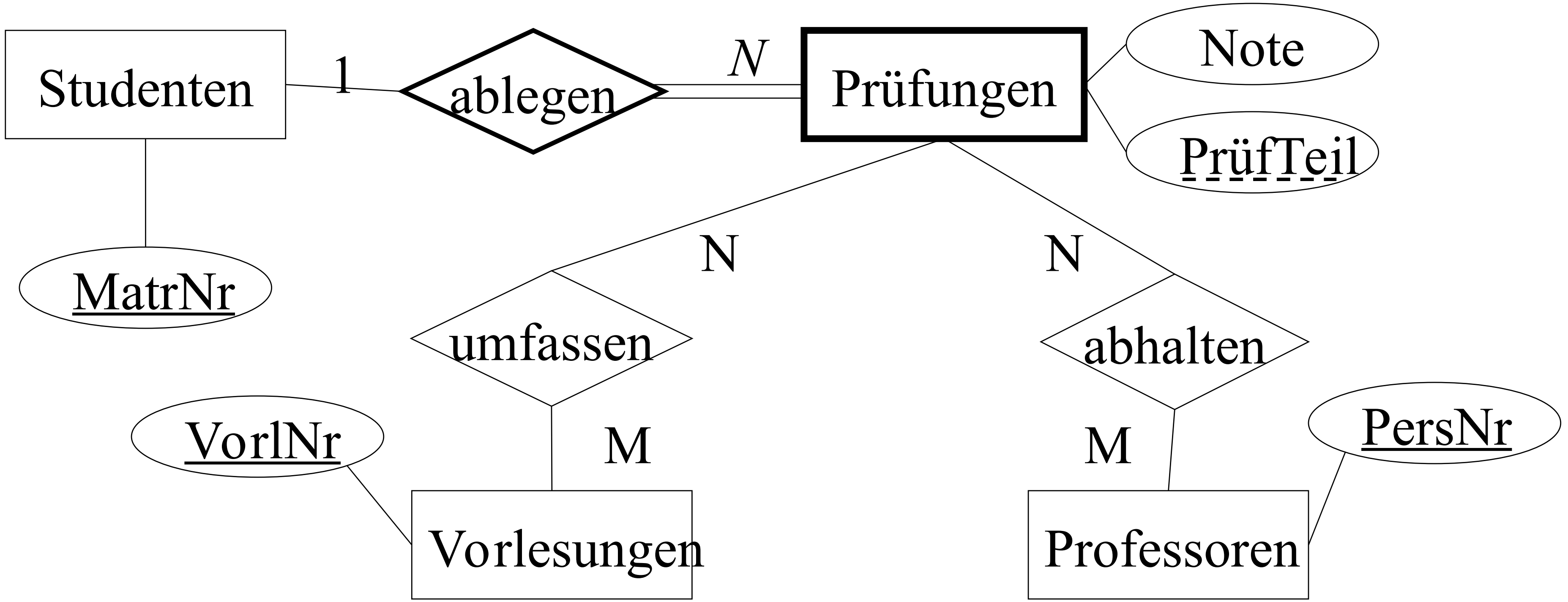


Angestellte: {[*<u>PersNr</u>*, *Name*]}

Professoren: {[*<u>PersNr</u>*, *Rang*, *Raum*]}

Assistenten: {[*<u>PersNr</u>*, *Fachgebiet*]}

Relationale Modellierung schwacher Entitytypen



~~ablegen: {[MatNr:integer, PrüfTeil: string]}~~

Prüfungen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, Note: integer]}

umfassen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, VorlNr: integer]}

abhalten: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, PersNr: integer]}

Man beachte, dass in diesem Fall der (global eindeutige) Schlüssel der Relation *Prüfung* nämlich *MatrNr* **und** *PrüfTeil* als Fremdschlüssel in die Relationen *umfassen* und *abhalten* übernommen werden muß.

Professoren

PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

Studenten

MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12
26120	Fichte	10
26830	Aristoxenos	8
27550	Schopenhauer	6
28106	Carnap	3
29120	Theophrastos	2
29555	Feuerbach	2

Vorlesungen

VorlNr	Titel	SWS	gelesen Von
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137

voraussetzen

Vorgänger	Nachfolger
5001	5041
5001	5043
5001	5049
5041	5216
5043	5052
5041	5052
5052	5259

hören

MatrNr	VorlNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5022
25403	5022

Assistenten

PersNr	Name	Fachgebiet	Boss
3002	Platon	Ideenlehre	2125
3003	Aristoteles	Syllogistik	2125
3004	Wittgenstein	Sprachtheorie	2126
3005	Rhetikus	Planetenbewegung	2127
3006	Newton	Keplersche Gesetze	2127
3007	Spinoza	Gott und Natur	2126

prüfen

MatrNr	VorlNr	PersNr	Note
28106	5001	2126	1
25403	5041	2125	2
27550	4630	2137	2

Die relationale Algebra

- σ Selektion
- π Projektion
- x Kreuzprodukt
- $\bowtie$ Join (Verbund)
- ρ Umbenennung
- \- Mengendifferenz
- $\div$ Division
- $\cup$ Vereinigung
- $\cap$ Mengendurchschnitt
- $\ltimes$ Semi-Join (linker)
- $\rtimes$ Semi-Join (rechter)
- ⟕ linker äußerer Join
- ⟖ rechter äußerer Join
- ⟗ äußerer Join

Die relationalen Algebra-Operatoren

Selektion

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten)

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten)		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12

Projektion

Π_{Rang}(Professoren)

Π_{Rang}(Professoren)
Rang
C4
C3

Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt

Professoren x hören

Professoren				hören	
PersNr	Name	Rang	Raum	MatrNr	VorlNr
2125	Sokrates	C4	226	26120	5001
...	...	...	...	...	...
2125	Sokrates	C4	226	29555	5001
...	...	...	...	...	...
2137	Kant	C4	7	29555	5001

- Problem: riesige Zwischenergebnisse
- Beispiel: (Professoren x hören)
- "bessere" Operation: Join (siehe unten)

Die relationalen Algebra-Operatoren

Umbenennung

- Umbenennung von Relationen
- Beispiel: Ermittlung indirekter Vorgänger 2. Stufe der Vorlesung 5216

$$\Pi_{\text{V1. Vorgänger}}(\sigma_{\text{V2. Nachfolger=5216} \wedge \text{V1.Nachfolger = V2.Vorgänger}}(\rho_{V1}(\text{voraussetzen}) \times \rho_{V2}(\text{voraussetzen})))$$

- Umbennung von Attributen

$$\rho_{\text{Voraussetzung} \leftarrow \text{Vorgänger}}(\text{voraussetzen})$$

Formale Definition der Algebra

Basisausdrücke

- Relation der Datenbank oder
- konstante Relationen

Operationen

- Selektion: $\sigma_p (E_1)$
- Projektion: $\Pi_S (E_1)$
- Kartesisches Produkt: $E_1 \times E_2$
- Umbenennung: $\rho_V (E_1)$, $\rho_{A \leftarrow B} (E_1)$
- Vereinigung: $E_1 \cup E_2$
- Differenz: $E_1 - E_2$

Der natürliche Verbund (Join)

Gegeben seien:

- $R(A_1, \ldots, A_m, B_1, \ldots, B_k)$
- $S(B_1, \ldots, B_k, C_1, \ldots, C_n)$

$$R \bowtie S = \Pi_{A1,\ldots,\, Am,\, R.B1,\ldots,\, R.Bk,\, C1,\ldots,\, Cn} (\sigma_{R.B1=S.B1 \;\wedge \cdots \wedge\; R.Bk = S.Bk}(R \times S))$$

$R \bowtie S$											
$R - S$				$R \cap S$				$S - R$			
A_1	A_2	$\cdots$	A_m	B_1	B_2	$\cdots$	B_k	C_1	C_2	$\cdots$	C_n
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Join-Beispiel

$(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}$(Vorlesungen)) |X| Professoren						
VorlNr	Titel	SWS	PersNr	Name	Rang	Raum
5001	Grundzüge	4	2137	Kant	C4	7
5041	Ethik	4	2125	Sokrates	C4	226
5043	Erkenntnistheorie	3	2126	Russel	C4	232
5049	Mäeutik	2	2125	Sokrates	C4	226
4052	Logik	4	2125	Sokrates	C4	226
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126	Russel	C4	232
5216	Bioethik	2	2126	Russel	C4	232
5259	Der Wiener Kreis	2	2133	Popper	C3	52
5022	Glaube und Wissen	2	2134	Augustinus	C3	339
4630	Die 3 Kritiken	4	2137	Kant	C4	7

Drei-Wege-Join

(Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen

(Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen						
MatrNr	Name	Semester	VorlNr	Titel	SWS	gelesenVon
26120	Fichte	10	5001	Grundzüge	4	2137
27550	Jonas	12	5022	Glaube und Wissen	2	2134
28106	Carnap	3	4052	Wissenschaftstheorie	3	2126
...	...	...	...	...	...	...

Allgemeiner Join (Theta-Join)

- Gegeben seien folgende Relationen(-Schemata)
  - R(A1, ..., An) und
  - S(B1, ..., Bm)

$$R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$$

$R \bowtie_{\theta} S$

$R \bowtie_{\theta} S$							
R				S			
A_1	A_2	...	A_n	B_1	B_2	...	B_m
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Andere Join-Arten

- natürlicher Join

L		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$\bowtie$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat				
A	B	C	D	E
a_1	b_1	c_1	d_1	e_1

- linker äußerer Join

L		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

]X|

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat				
A	B	C	D	E
a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
a_2	b_2	c_2	-	-

- rechter äußerer Join

L		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$⟖$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat				
A	B	C	D	E
a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
-	-	c_3	d_2	e_2

Andere Join-Arten

- äußerer Join

L		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$⟗$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat				
A	B	C	D	E
a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
a_2	b_2	c_2	-	-
-	-	c_3	d_2	e_2

- Semi-Join von L mit R

L		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$⋉$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat		
A	B	C
a_1	b_1	c_1

Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

L		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$\ltimes$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat		
C	D	E
c_1	d_1	e_1

Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

L		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$\ltimes$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat		
C	D	E
c_1	d_1	e_1

Beispiel: Finde die *PersNr* aller Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten:

$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesung}) \ltimes \text{Professoren}))$

Die relationale Division

Bsp.: Finde MatrNr der Studenten, die **alle** vierstündigen Vorlesungen hören

$$L := \Pi_{VorlNr}(\sigma_{SWS=4}(\text{Vorlesungen}))$$

$$\text{hören} \div \underbrace{\Pi_{VorlNr}(\sigma_{SWS=4}(\text{Vorlesungen}))}_{L}$$

Definition der Division

$t \in R \div S$, falls für jedes $ts \in S$ ein $tr \in R$ existiert, so dass gilt:

- $tr.S = ts.S$
- $tr.(R-S) = t$

R	
M	V
m_1	v_1
m_1	v_2
m_1	v_3
m_2	v_2
m_2	v_3

$\div$

S
V
v_1
v_2

$=$

$R \div S$
M
m_1

Die Division $R \div S$ kann auch durch Differenz, Kreuzprodukt und Projektion ausgedrückt werden.

$$R \div S = \Pi_{(R - S)}(R) - \Pi_{(R - S)}((\Pi_{(R - S)}(R) \times S) - R)$$

Division

- Ganzzahl-Division:
  $a \; div \; b = c$
  c: größte ganze Zahl, für die $c * b \leqslant a$
- Division bei der relationalen Algebra:
  $A \div B = C$
  C: größte Relation, für die $C \bowtie B \subseteq A$

L: vierstündige Vorlesungen
hören $\div L = F$
F: größte Relation, für die $F \bowtie L \subseteq hören$

Mengendurchschnitt

Als Beispielanwendung für den Mengendurchschnitt (Operatorsymbol $\cap$) betrachten wir folgende Anfrage: Finde die *PersNr* aller C4-Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten.

$$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesungen})) \cap$$
$$\Pi_{\text{PersNr}}(\sigma_{\text{Rang=C4}}(\text{Professoren}))$$

- Mengendurchschnitt nur auf zwei Argumentrelationen mit gleichem Schema anwendbar
- Deshalb ist die Umbenennung des Attribute *gelesenVon* in *PersNr* in der Relation *Vorlesungen* notwendig
- Der Mengendurchschnitt zweier Relationen $R \cap S$ kann durch die Mengendifferenz wie folgt ausgedrückt weden:

$$R \cap S = R - (R - S)$$

Der Relationen-(Tupel-)Kalkül

Eine Anfrage im Tupelkalkül hat die Form

$$\{t \mid P(t)\}$$

mit P(t) Formel.

Beispiele:

- C4-Professoren
  - $\{p \mid p \in \text{Professoren} \land p.\text{Rang} = \text{'C4'}\}$

- Studenten mit mindestens einer Vorlesung von Curie

$$\begin{aligned}
\{s \mid\, & s \in \text{Studenten} \\
& \land \exists h \in \text{hören}\ (s.\text{MatrNr}=h.\text{MatrNr} \\
& \land \exists v \in \text{Vorlesungen}\ (h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \\
& \land \exists p \in \text{Professoren}\ (p.\ \text{PersNr}=v.\text{gelesenVon} \\
& \land p.\text{Name} = \text{'Curie'})))\}
\end{aligned}$$

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \forall v \in \text{Vorlesungen}\ (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}= s.\text{MatrNr}))\}$$

Definition des Tupelkalküls

Atome

- **s** $\in$ **R**, mit s Tupelvariable und R Relationenname
- **s.A** ϕ **t.B**, mit s und t Tupelvariablen, A und B Attributnamen und ϕ Vergleichsperator ($=$, $\neq$, $\leq$, ...)
- **s.A** ϕ **c** mit c Konstante

Formeln

- Alle Atome sind Formeln
- Ist P Formel, so auch $\neg$**P** und **(P)**
- Sind P_1 und P_2 Formeln, so auch $\mathbf{P_1 \wedge P_2}$, $\mathbf{P_1 \vee P_2}$ und $\mathbf{P_1 \Rightarrow P_2}$
- Ist P(t) Formel mit freier Variable t, so auch

  $\forall$**t** $\in$ **R(P(t))** und $\exists$ **t** $\in$ **R(P(t))**

Tupelkalkül: Allquantor eliminieren

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$\{s \mid s \in \text{Studenten} \land \forall v \in \text{Vorlesungen}\ (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow$

$\exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \land h.\text{MatrNr}= s.\text{MatrNr}))\}$

- Für die Übersetzung in SQL ist Elimination von $\forall$ und $\Rightarrow$ notwendig. Dazu sind folgende Äquivalenzen anzuwenden

$$\forall t \in R\ (P(t)) = \neg(\exists t \in R(\neg P(t)))$$

$$R \Rightarrow T = \neg R \lor T$$

- Wir erhalten

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \land \neg\ (\exists v \in \text{Vorlesungen}\ \neg(\neg(v.\text{SWS}=4) \lor$$
$$\exists h \in \text{hören}\ (h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \land h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))\}$$

- Anwendung von DeMorgan ergibt schließlich:

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \land \neg\ (\exists v \in \text{Vorlesungen}\ (v.\text{SWS}=4 \land$$
$$\neg(\exists h \in \text{hören}\ (h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \land h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))))\}$$

Sicherheit

- Einschränkung auf Anfragen mit endlichem Ergebnis.
- Die folgende Beispielanfrage

$$\{n \mid \neg\,(n \in \text{Professoren})\}$$

  ist nicht sicher.
- Das Ergebnis ist unendlich.
- Bedingung: Ergebnis des Ausdrucks muss Teilmenge der Domäne der Formel sein.
- Die Domäne einer Formel enthält
  - alle in der Formel vorkommenden Konstanten
  - alle Attributwerte von Relationen, die in der Formel referenziert werden

Der Domänenkalkül

Ein Ausdruck des Domänenkalküls hat die Form

$$\{[v_1, v_2, \ldots, v_n] \mid P(v_1, \ldots, v_n)\}$$

mit $v_1, \ldots, v_n$ Domänenvariablen und P Formel.

Beispiel: MatrNr und Namen der Prüflinge von Curie

$$\{[m, n] \mid \exists s\,([m, n, s] \in \text{Studenten} \wedge \exists v, p, g\,([m, v, p, g] \in \text{prüfen} \wedge \exists a, r, b([p, a, r, b] \in \text{Professoren} \wedge a = \text{'Curie'})))\}$$

Sicherheit des Domänenkalküls

- Sicherheit ist analog zum Tupelkakkül
- zum Beispiel ist

  $\{[p,n,r,o] \mid \neg ([p,n,r,o] \in \text{Professoren}) \}$

  nicht sicher.
- Ein Ausdruck

  $\{[x_1, x_2, \ldots, x_n] \mid P(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$

  ist sicher, falls folgende drei Bedingungen gelten:

1. Falls Tupel [c_1, c_2, ..., c_n] mit Konstante c_i im Ergebnis enthalten ist, so muss jedes c_i ($1 \leq i \leq n$) in der Domäne von P enthalten sein.
2. Für jede existenz-quantifizierte Teilformel $\exists x(P_1(x))$ muss gelten, dass P_1 nur für Elemente aus der Domäne von P_1 erfüllbar sein kann - oder evtl. für gar keine. Mit anderen Worten, wenn für eine Konstante c das Prädikat $P_1(c)$ erfüllt ist, so muss c in der Domäne von P_1 enthalten sein.
3. Für jede universal-quantifizierte Teilformel $\forall x(P_1(x))$ muss gelten, dass sie dann und nur dann erfüllt ist, wenn $P_1(x)$ für alle Werte der Domäne von P_1 erfüllt ist. Für alle d, die nicht in der Domäne von P_1 enthalten sind, muss $P_1(d)$ auf jeden Fall erfüllt sein.

Ausdruckskraft

Die drei Sprachen

1. relationale Algebra,
2. relationaler Tupelkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke und
3. relationaler Domänenkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke

sind **gleich mächtig**