

# Das relationale Modell

- Grundlagen
- Übersetzung von ER-Schemata in relationale Schemata
- Relationale Algebra
- Relationenkalkül
- Domänenkalkül

# Grundlagen des relationalen Modells

Seien  $D_1, D_2, \dots, D_n$  Domänen (Wertebereiche)

- *Relation:  $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$*

*Bsp.: Telefonbuch  $\subseteq \text{string} \times \text{string} \times \text{integer}$*

- *Tupel:  $t \in R$*

*Bsp.:  $t = (\text{„Mickey Mouse“}, \text{„Main Street“}, 4711)$*

- *Schema: legt die Struktur der gespeicherten Daten fest*

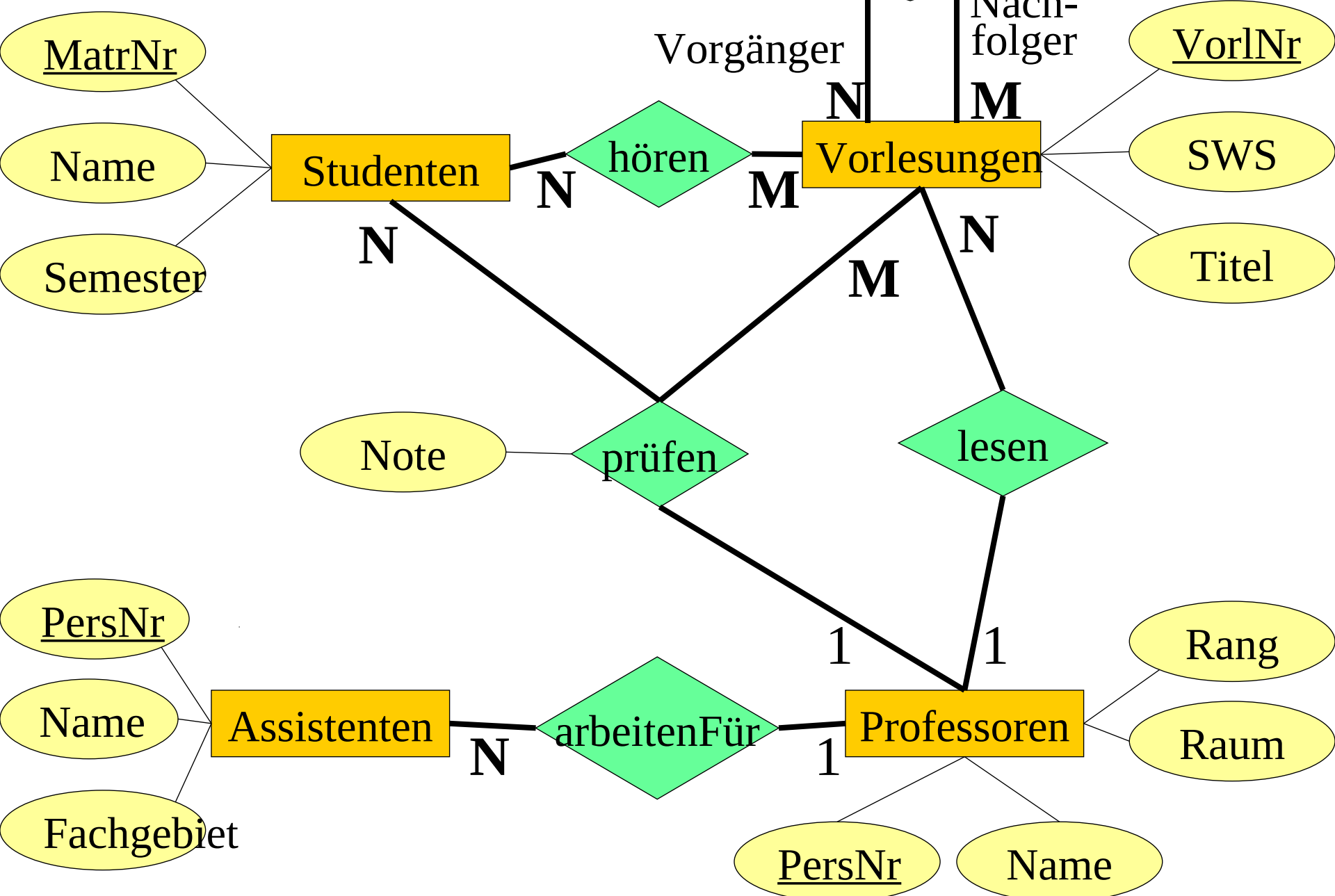
*Bsp.:*

*Telefonbuch:  $\{[\text{Name: string}, \text{Adresse: string}, \underline{\text{Telefon\#: integer}}]\}$*

Telefonbuch		
Name	Straße	<u>Telefon#</u>
Mickey Mouse	Main Street	4711
Mini Mouse	Broadway	94725
Donald Duck	Broadway	95672
...	...	...

- **Ausprägung:** der aktuelle Zustand der Datenbasis
- **Schlüssel:** minimale Menge von Attributen, deren Werte ein Tupel eindeutig identifizieren
- **Primärschlüssel:** wird unterstrichen
  - Einer der Schlüsselkandidaten wird als Primärschlüssel ausgewählt
  - Hat eine besondere Bedeutung bei der Referenzierung von Tupeln

# Uni-Schema



# Relationale Darstellung von Entitytypen

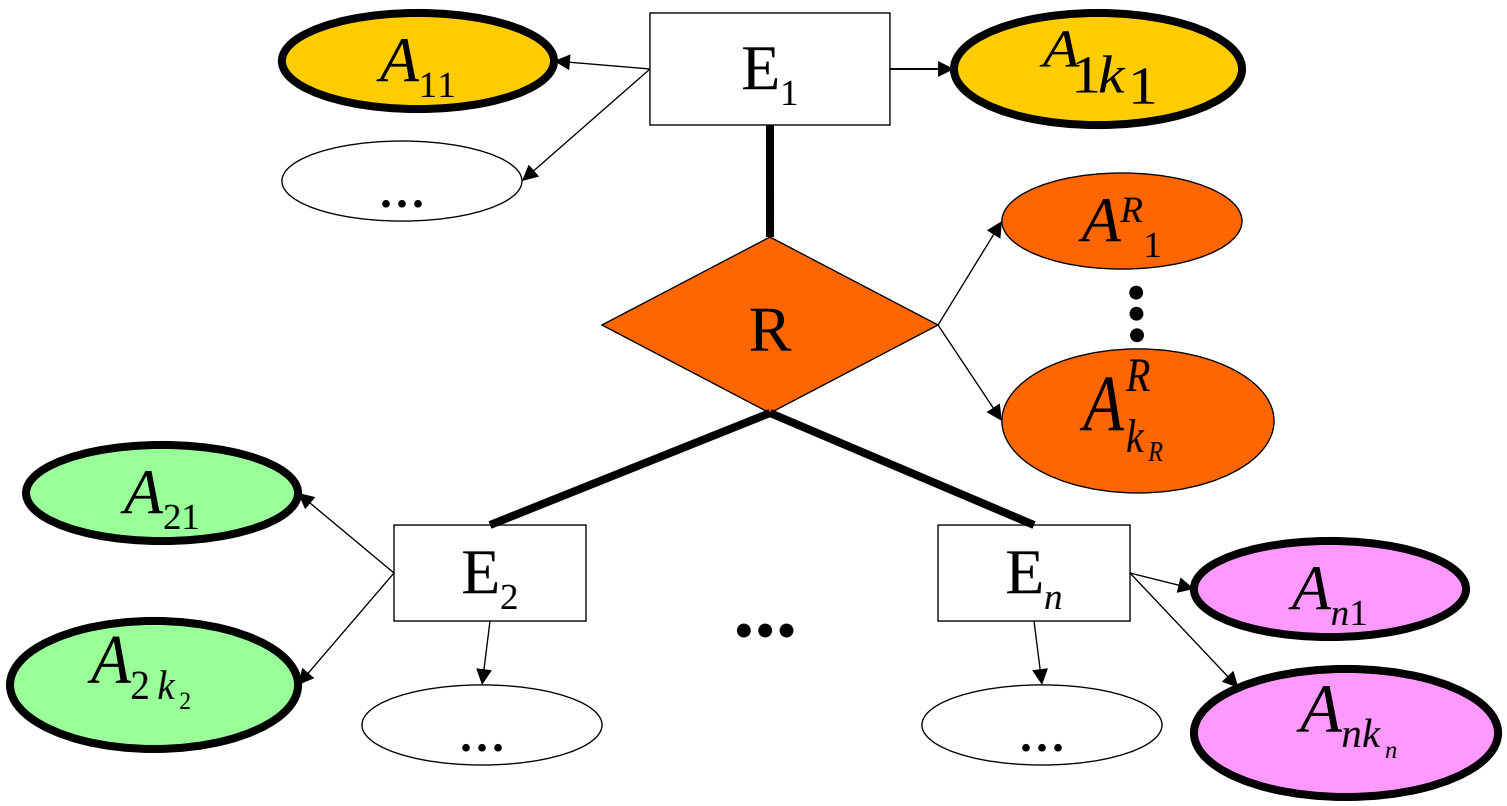
**Studenten:** {[MatrNr:integer, *Name: string*, *Semester: integer*]}

**Vorlesungen:** {[VorlNr:integer, *Titel: string*, *SWS: integer*]}

**Professoren:** {[PersNr:integer, *Name: string*, *Rang: string*, *Raum: integer*]}

**Assistenten:** {[PersNr:integer, *Name: string*, *Fachgebiet: string*]}

# Relationale Darstellung von Beziehungen



$$R: \left\{ \left[ \underbrace{A_{11}, \dots, A_{1k_1}}_{\text{Schlüssel von } E_1}, \underbrace{A_{21}, \dots, A_{2k_2}}_{\text{Schlüssel von } E_2}, \dots, \underbrace{A_{n1}, \dots, A_{nk_n}}_{\text{Schlüssel von } E_n}, \underbrace{A_{1}^R, \dots, A_{k_R}^R}_{\text{Attribute von } R} \right] \right\}$$

# Beziehungen unseres Beispiel-Schemas

**hören** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

**lesen** : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

**arbeitenFür** : {[AssistentenPersNr: integer, *ProfPersNr:*  
*integer*]}

**voraussetzen** : {[Vorgänger: integer, Nachfolger:  
integer]}

**prüfen** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr:  
integer, Note: decimal]}

# Schlüssel der Relationen

**hören** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

**lesen** : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

**arbeitenFür** : {[AssistentenPersNr: integer, ProfPersNr: integer]}

**voraussetzen** : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

**prüfen** : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer, Note: decimal]}

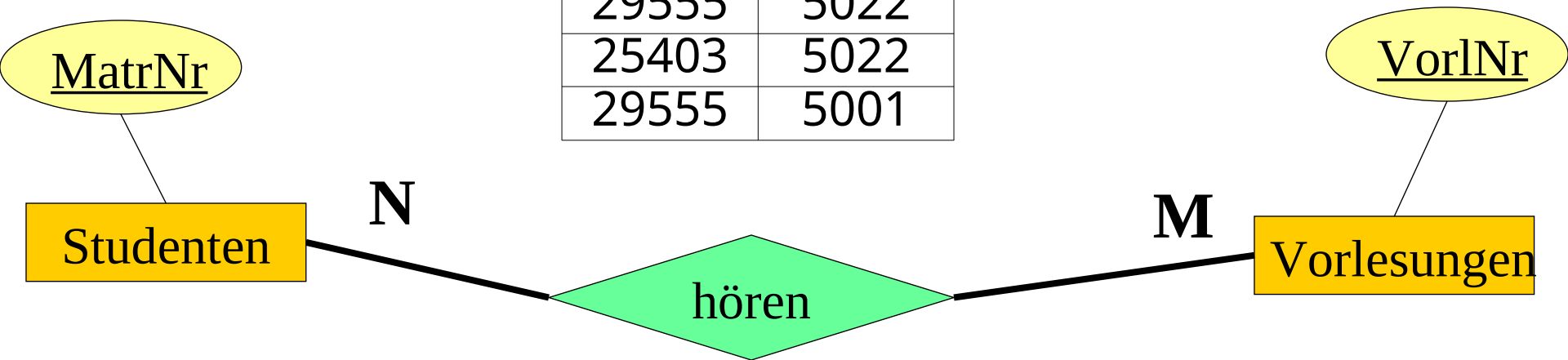


# Ausprägung der Beziehung *hören*

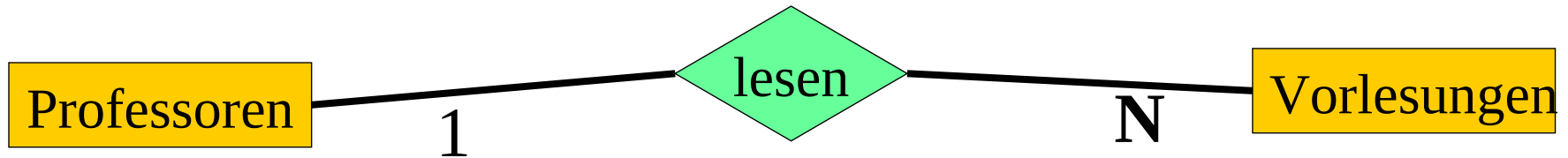
Studenten	
MatrNr	...
26120	...
27550	...
...	...

hören	
MatrNr	VorlNr
26120	5001
27550	5001
27550	4052
28106	5041
28106	5052
28106	5216
28106	5259
29120	5001
29120	5041
29120	5049
29555	5022
25403	5022
29555	5001

Vorlesungen	
VorlNr	...
5001	...
4052	...
...	...



# Verfeinerung des relationalen Schemas



## 1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

***Vorlesungen*** : {[VorlNr, Titel, SWS]}

***Professoren*** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

***lesen***: {[VorlNr, PersNr]}

# Verfeinerung des relationalen Schemas

## 1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

***Vorlesungen*** : {[VorlNr, Titel, SWS]}

***Professoren*** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

***lesen***: {[VorlNr, PersNr]}

- Verfeinerung durch Zusammenfassung

***Vorlesungen*** : {[VorlNr, Titel, SWS, **gelesenVon**]}

***Professoren*** : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}

## Regel

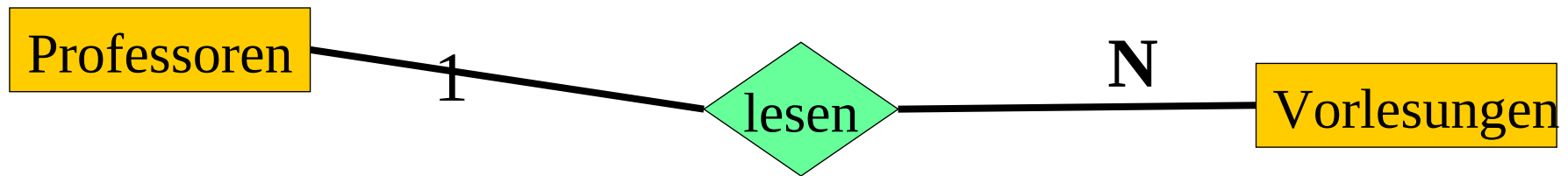
Relationen mit gleichem Schlüssel kann man zusammenfassen

**aber nur diese und keine anderen!**

# Ausprägung von *Professoren* und *Vorlesung*

Professoren			
PersNr	Name	Rang	Raum
2125	Sokrates	C4	226
2126	Russel	C4	232
2127	Kopernikus	C3	310
2133	Popper	C3	52
2134	Augustinus	C3	309
2136	Curie	C4	36
2137	Kant	C4	7

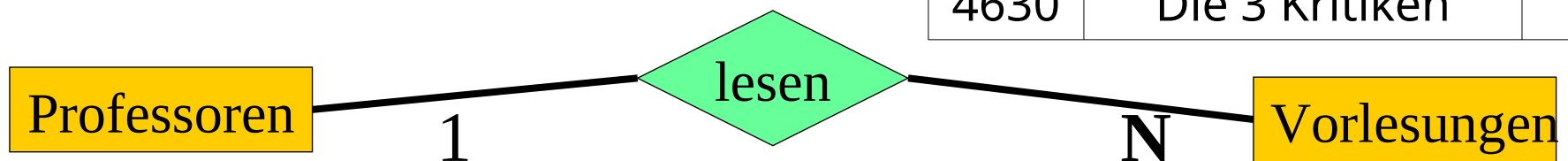
Vorlesungen			
VorlNr	Titel	SWS	Gelesen Von
5001	Grundzüge	4	2137
5041	Ethik	4	2125
5043	Erkenntnistheorie	3	2126
5049	Mäeutik	2	2125
4052	Logik	4	2125
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
5216	Bioethik	2	2126
5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5022	Glaube und Wissen	2	2134
4630	Die 3 Kritiken	4	2137



# Vorsicht: So geht es NICHT

Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	liest
2125	Sokrates	C4	226	5041
2125	Sokrates	C4	226	5049
2125	Sokrates	C4	226	4052
...	...	...	...	...
2134	Augustinus	C3	309	5022
2136	Curie	C4	36	??

Vorlesungen		
VorlNr	Titel	SWS
5001	Grundzüge	4
5041	Ethik	4
5043	Erkenntnistheorie	3
5049	Mäeutik	2
4052	Logik	4
5052	Wissenschaftstheorie	3
5216	Bioethik	2
5259	Der Wiener Kreis	2
5022	Glaube und Wissen	2
4630	Die 3 Kritiken	4



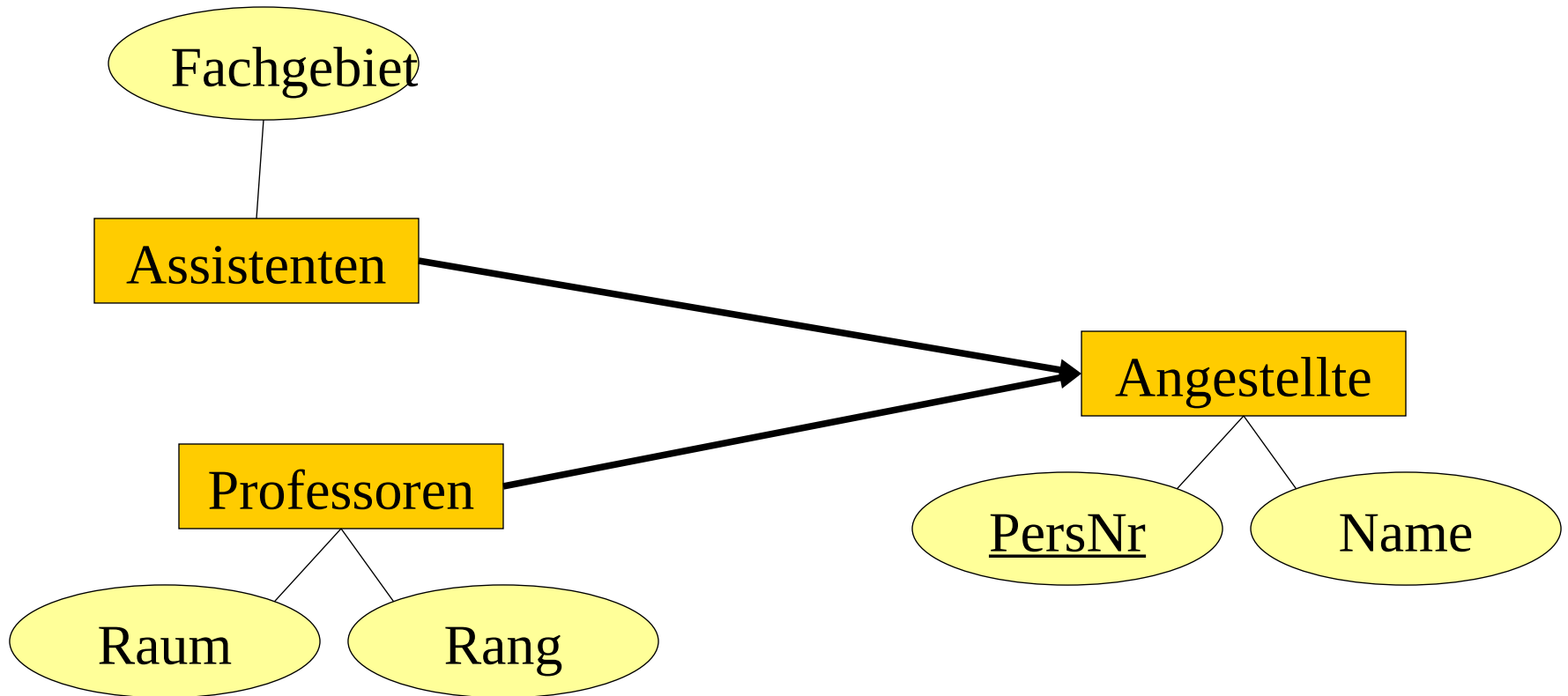
# Vorsicht: So geht es NICHT: Folgen → Anomalien

Professoren				
PersNr	Name	Rang	Raum	liest
2125	Sokrates	C4	226	5041
2125	Sokrates	C4	226	5049
2125	Sokrates	C4	226	4052
...	...	...	...	...
2134	Augustinus	C3	309	5022
2136	Curie	C4	36	??

Vorlesungen		
VorlNr	Titel	SWS
5001	Grundzüge	4
5041	Ethik	4
5043	Erkenntnistheorie	3
5049	Mäeutik	2
4052	Logik	4
5052	Wissenschaftstheorie	3
5216	Bioethik	2
5259	Der Wiener Kreis	2
5022	Glaube und Wissen	2
4630	Die 3 Kritiken	4

- Update-Anomalie: Was passiert wenn Sokrates umzieht
- Lösch-Anomalie: Was passiert wenn „Glaube und Wissen“ wegfällt
- Einfügeanomalie: Curie ist neu und liest noch keine Vorlesungen

# Relationale Modellierung der Generalisierung

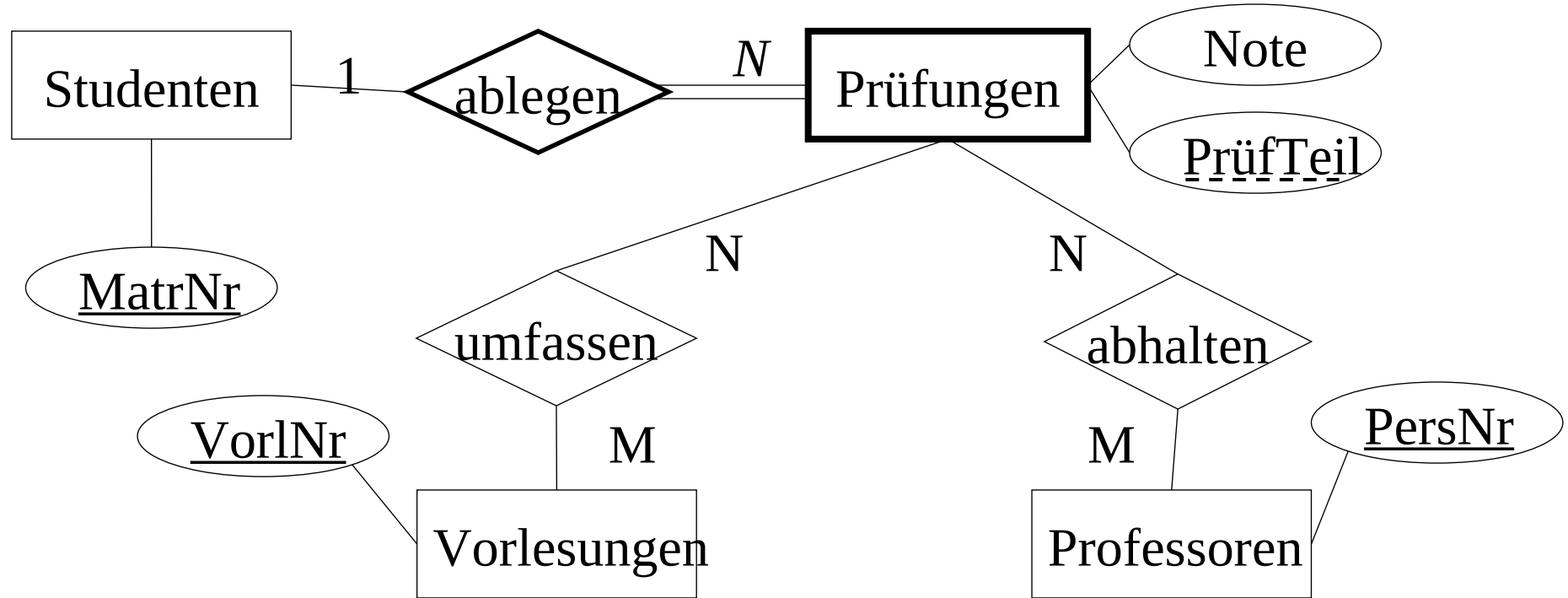


Angestellte: {[PersNr, Name]}

Professoren: {[PersNr, Rang, Raum]}

Assistenten: {[PersNr, Fachgebiet]}

# Relationale Modellierung schwacher Entitytypen



~~ablegen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string]}~~

Prüfungen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, Note: integer]}

umfassen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, VorlNr: integer]}

abhalten: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, PersNr: integer]}



Man beachte, dass in diesem Fall der (global eindeutige) Schlüssel der Relation *Prüfung* nämlich *MatrNr* **und** *PrüfTeil* als Fremdschlüssel in die Relationen *umfassen* und *abhalten* übernommen werden muss.

# Die relationale Algebra

- $\sigma$  Selektion
- $\pi$  Projektion
- $\times$  Kreuzprodukt
- $\bowtie$  Join (Verbund)
- $\rho$  Umbenennung
- $-$  Mengendifferenz
- $\div$  Division
- $\cup$  Vereinigung
- $\cap$  Mengendurchschnitt
- $\ltimes$  Semi-Join (linker)
- $\rtimes$  Semi-Join (rechter)
- $\ltimes\ltimes$  linker äußerer Join
- $\rtimes\rtimes$  rechter äußerer Join
- $\ltimes\rtimes$  äußerer Join

Professoren				Studenten			Vorlesungen				
PersNr	Name	Rang	Raum	MatrNr	Name	Semester	VorINr	Titel	SWS	gelesenVon	
2125	Sokrates	C4	226	24002	Xenokrates	18	5001	Grundzüge	4	2137	
2126	Russel	C4	232	25403	Jonas	12					
2127	Kopernikus	C3	310	26120	Fichte	10		5041	Ethik	4	2125
2133	Popper	C3	52	26830	Aristoxenos	8		5043	Erkenntnistheorie	3	2126
2134	Augustinus	C3	309	27550	Schopenhauer	6		5049	Mäeutik	2	2125
2136	Curie	C4	36	28106	Camap	3		4052	Logik	4	2125
2137	Kant	C4	7	29120	Theophrastos	2		5052	Wissenschaftstheorie	3	2126
<b>voraussetzen</b>				29555	Feuerbach	2		5216			
<b>Vorgänger</b>		<b>Nachfolger</b>		<b>hören</b>				5259	Der Wiener Kreis	2	2133
5001		5041		<b>MatrNr</b>	<b>VorINr</b>		5022	Glaube und Wissen	2	2134	
5001		5043		26120	5001		4630	Die 3 Kritiken	4	2137	
5001		5049		27550	5001						
5041		5216		27550	4052						
5043		5052		28106	5041			<b>Assistenten</b>			
5041		5052		28106	5052			<b>PersNr</b>	<b>Name</b>	<b>Fachgebiet</b>	<b>Boss</b>
5052		5259		28106	5216			3002	Platon	Ideenlehre	2125
<b>prüfen</b>				28106	5259			3003	Aristoteles	Syllogistik	2125
<b>MatrNr</b>	<b>VorINr</b>	<b>PersNr</b>	<b>Note</b>	29120	5001			3004	Wittgenstein	Sprachtheorie	2126
28106	5001	2126	1	29120	5041						
25403	5041	2125	2	29120	5049		3005	Rhetikus	Planetenbewegung	2127	
27550	4630	2137	2	29555	5022		3006	Newton	Keplersche Gesetze	2127	
				25403	5022		3007	Spinoza	Gott und Natur	2126	

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Selektion

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$  (Studenten)

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten)		
MatrNr	Name	Semester
24002	Xenokrates	18
25403	Jonas	12

Projektion

$\Pi_{\text{Rang}}$ (Professoren)

$\Pi_{\text{Rang}}$ (Professoren)
Rang
C4
C3

# Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt

Professoren x hören

Professoren				hören	
PersNr	Name	Rang	Raum	MatrNr	VorlNr
2125	Sokrates	C4	226	26120	5001
...	...	...	...	...	...
2125	Sokrates	C4	226	29555	5001
...	...	...	...	...	...
2137	Kant	C4	7	29555	5001

- Problem: riesige Zwischenergebnisse
- Beispiel: (Professoren x hören)
- "bessere" Operation: Join (siehe unten)

# Die relationalen Algebra-Operatoren

## Umbenennung

- Umbenennung von Relationen
- Beispiel: Ermittlung indirekter Vorgänger 2. Stufe der Vorlesung 5216

$\Pi_{V1. \text{Vorgänger}}(\sigma_{V2. \text{Nachfolger}=5216 \wedge$

$V1. \text{Nachfolger} = V2. \text{Vorgänger}$

$(\rho_{V1}(\text{voraussetzen}) \times \rho_{V2}(\text{voraussetzen})))$

- Umbenennung von Attributen

$\rho_{\text{Voraussetzung}} \leftarrow \text{Vorgänger}(\text{voraussetzen})$

# Formale Definition der Algebra

## Basisausdrücke

- Relation der Datenbank oder
- konstante Relationen

## Operationen

- Selektion:  $\sigma_p (E_1)$
- Projektion:  $\Pi_S (E_1)$
- Kartesisches Produkt:  $E_1 \times E_2$
- Umbenennung:  $\rho_V (E_1), \rho_{A \leftarrow B} (E_1)$
- Vereinigung:  $E_1 \cup E_2$
- Differenz:  $E_1 - E_2$





# Join-Beispiel

$\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesungen}) \mid X \mid \text{Professoren}$						
VorlNr	Titel	SWS	PersNr	Name	Rang	Raum
5001	Grundzüge	4	2137	Kant	C4	7
5041	Ethik	4	2125	Sokrates	C4	226
5043	Erkenntnistheorie	3	2126	Russel	C4	232
5049	Mäeutik	2	2125	Sokrates	C4	226
4052	Logik	4	2125	Sokrates	C4	226
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126	Russel	C4	232
5216	Bioethik	2	2126	Russel	C4	232
5259	Der Wiener Kreis	2	2133	Popper	C3	52
5022	Glaube und Wissen	2	2134	Augustinus	C3	339
4630	Die 3 Kritiken	4	2137	Kant	C4	7

# Drei-Wege-Join

(Studenten  $\bowtie$  hören)  $\bowtie$  Vorlesungen

(Studenten $\bowtie$ hören) $\bowtie$ Vorlesungen						
MatrNr	Name	Semester	VorlNr	Titel	SWS	gelesenVon
26120	Fichte	10	5001	Grundzüge	4	2137
27550	Jonas	12	5022	Glaube und Wissen	2	2134
28106	Carnap	3	4052	Wissenschaftstheorie	3	2126
...	...	...	...	...	...	...

# Allgemeiner Join (Theta-Join)

- Gegeben seien folgende Relationen(-Schemata)
  - $R(A_1, \dots, A_n)$  und
  - $S(B_1, \dots, B_m)$

$$R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$$

$$R \bowtie_{\theta} S$$

R $\bowtie_{\theta}$ S							
R				S			
A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	...	A <sub>n</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	...	B <sub>m</sub>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

# Theta-Join-Beispiel

Vorlesungen  X  <sub>gelesenVon=PersNr</sub> Professoren							
VorlNr	Titel	SWS	gelesenVon	PersNr	Name	Rang	Raum
5001	Grundzüge	4	2137	2137	Kant	C4	7
5041	Ethik	4	2125	2125	Sokrates	C4	226
5043	Erkenntnistheorie	3	2126	2126	Russel	C4	232
5049	Mäeutik	2	2125	2125	Sokrates	C4	226
4052	Logik	4	2125	2125	Sokrates	C4	226
5052	Wissenschaftstheorie	3	2126	2126	Russel	C4	232
5216	Bioethik	2	2126	2126	Russel	C4	232
5259	Der Wiener Kreis	2	2133	2133	Popper	C3	52
5022	Glaube und Wissen	2	2134	2134	Augustinus	C3	339
4630	Die 3 Kritiken	4	2137	2137	Kant	C4	7

# Andere Join-Arten

- natürlicher Join

L				R				Resultat				
A	B	C		C	D	E		A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	⋈	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	=	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>						

- linker äußerer Join

L				R				Resultat				
A	B	C		C	D	E		A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	⋈	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	=	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>		c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>		a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	-	-

- rechter äußerer Join

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

⋈

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

=

Resultat				
A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
-	-	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

# Andere Join-Arten

- äußerer Join

L			R			Resultat				
A	B	C	C	D	E	A	B	C	D	E
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	-	-
						-	-	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

- Semi-Join von L mit R

L			R			Resultat		
A	B	C	C	D	E	A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>			

# Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

XI

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

=

Resultat		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>



# Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

L		
A	B	C
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>

 $\bowtie$ 

R		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>
c <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	e <sub>2</sub>

 = 

Resultat		
C	D	E
c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	e <sub>1</sub>

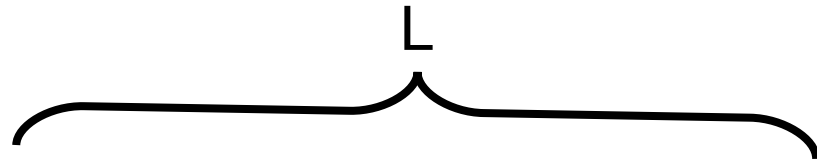
Beispiel: Finde die *PersNr* aller Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten:

$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesung}) \bowtie \text{Professoren}))$

# Die relationale Division

Bsp.: Finde MatrNr der Studenten, die **alle** vierstündigen Vorlesungen hören

$$L := \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$

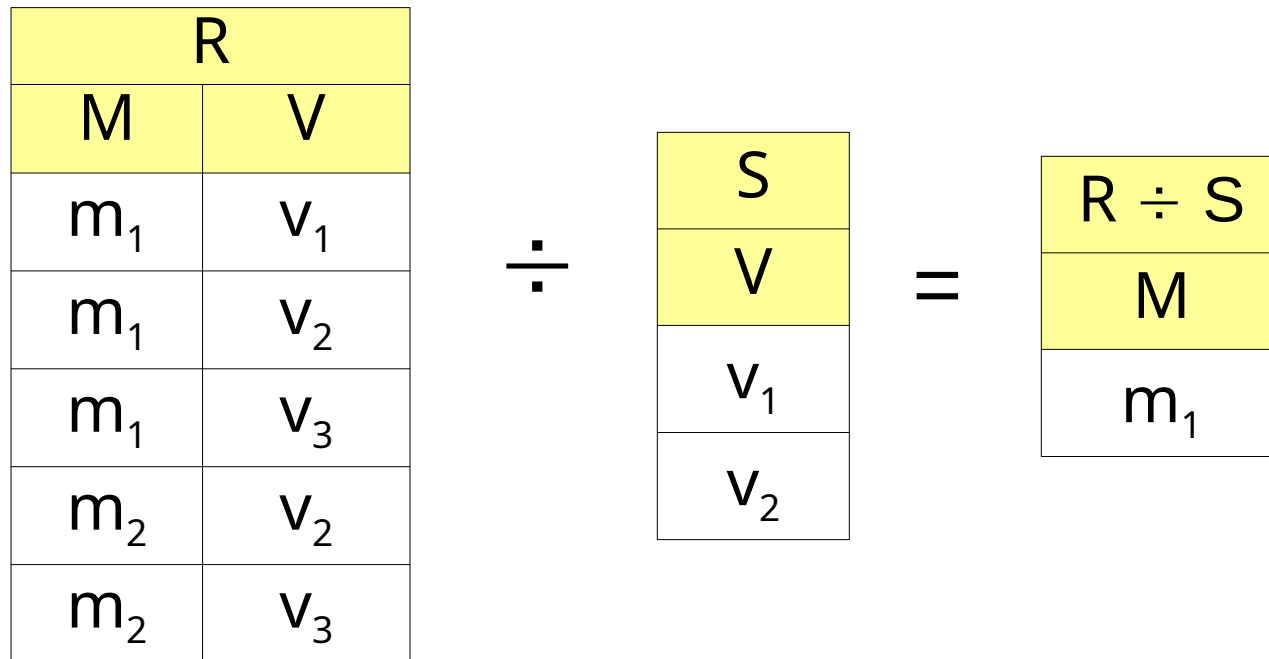


$$\text{hören} \div \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$

# Definition der Division

$t \in R \div S$ , falls für jedes  $ts \in S$  ein  $tr \in R$  existiert, so dass gilt:

- $tr.S = ts.S$
- $tr.(R-S) = t$



Die Division  $R \div S$  kann auch durch Differenz, Kreuzprodukt und Projektion ausgedrückt werden.

$$R \div S = \Pi_{(R-S)}(R) - \Pi_{(R-S)}((\Pi_{(R-S)}(R) \times S) - R)$$

# Division

- Ganzzahl-Division:

$$a \text{ div } b = c$$

$c$ : größte ganze Zahl, für die  $c * b \leq a$

- Division bei der relationalen Algebra:

$$A \div B = C$$

$C$ : größte Relation, für die  $C \bowtie B \subseteq A$

$L$ : vierstündige Vorlesungen

hören  $\div L = F$

$F$ : größte Relation, für die  $F \bowtie L \subseteq \text{hören}$

# Mengendurchschnitt

Als Beispielanwendung für den Mengendurchschnitt (Operatorsymbol  $\cap$ ) betrachten wir folgende Anfrage: Finde die *PersNr* aller C4-Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten.

$$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesungen})) \cap \Pi_{\text{PersNr}}(\sigma_{\text{Rang}=\text{C4}}(\text{Professoren}))$$

- Mengendurchschnitt nur auf zwei Argumentrelationen mit gleichem Schema anwendbar
- Deshalb ist die Umbenennung des Attribute *gelesenVon* in *PersNr* in der Relation *Vorlesungen* notwendig
- Der Mengendurchschnitt zweier Relationen  $R \cap S$  kann durch die Mengendifferenz wie folgt ausgedrückt werden:

$$R \cap S = R - (R - S)$$

# Der Relationen-(Tupel-)Kalkül

Eine Anfrage im Tupelkalkül hat die Form

$$\{t \mid P(t)\}$$

mit  $P(t)$  Formel.

## Beispiele:

- C4-Professoren
  - $\{p \mid p \in \text{Professoren} \wedge p.\text{Rang} = \text{'C4'}\}$
- Studenten mit mindestens einer Vorlesung von Curie
  - $\{s \mid s \in \text{Studenten}$ 
    - $\wedge \exists h \in \text{hören} (s.\text{MatrNr} = h.\text{MatrNr}$
    - $\wedge \exists v \in \text{Vorlesungen} (h.\text{VorlNr} = v.\text{VorlNr}$
    - $\wedge \exists p \in \text{Professoren} (p.\text{PersNr} = v.\text{gelesenVon}$
    - $\wedge p.\text{Name} = \text{'Curie'}))\}$

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \forall v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))\}$

# Definition des Tupelkalküls

## Atome

- $s \in R$ , mit  $s$  Tupelvariable und  $R$  Relationenname
- $s.A \phi t.B$ , mit  $s$  und  $t$  Tupelvariablen,  $A$  und  $B$  Attributnamen und  $\phi$  Vergleichsoperator ( $=, \neq, \leq, \dots$ )
- $s.A \phi c$  mit  $c$  Konstante

## Formeln

- Alle Atome sind Formeln
- Ist  $P$  Formel, so auch  $\neg P$  und  $(P)$
- Sind  $P_1$  und  $P_2$  Formeln, so auch  $P_1 \wedge P_2$ ,  $P_1 \vee P_2$  und  $P_1 \Rightarrow P_2$
- Ist  $P(t)$  Formel mit freier Variable  $t$ , so auch  
 $\forall t \in R(P(t))$  und  $\exists t \in R(P(t))$



# Tupelkalkül: Allquantor eliminieren

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \forall v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))\}$$

- Für die Übersetzung in SQL ist Elimination von  $\forall$  und  $\Rightarrow$  notwendig. Dazu sind folgende Äquivalenzen anzuwenden

$$\forall t \in R (P(t)) = \neg(\exists t \in R(\neg P(t)))$$

$$R \Rightarrow T = \neg R \vee T$$

- Wir erhalten

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \neg(\exists v \in \text{Vorlesungen} \neg(\neg(v.\text{SWS}=4) \vee \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr})))\}$$

- Anwendung von DeMorgan ergibt schließlich:

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \neg(\exists v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \wedge \neg(\exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))))\}$$

# Sicherheit

- Einschränkung auf Anfragen mit endlichem Ergebnis.
- Die folgende Beispielanfrage
$$\{n \mid \neg (n \in \text{Professoren})\}$$
ist nicht sicher.
- Das Ergebnis ist unendlich.
- Bedingung: Ergebnis des Ausdrucks muss Teilmenge der Domäne der Formel sein.
- Die Domäne einer Formel enthält
  - alle in der Formel vorkommenden Konstanten
  - alle Attributwerte von Relationen, die in der Formel referenziert werden

# Der Domänenkalkül

Ein Ausdruck des Domänenkalküls hat die Form

$$\{[v_1, v_2, \dots, v_n] \mid P(v_1, \dots, v_n)\}$$

mit  $v_1, \dots, v_n$  Domänenvariablen und  $P$  Formel.

Beispiel: MatrNr und Namen der Prüflinge von Curie

$$\{[m, n] \mid \exists s ([m, n, s] \in \text{Studenten} \wedge \exists v, p, g ([m, v, p, g] \in \text{prüfen} \wedge \exists a, r, b ([p, a, r, b] \in \text{Professoren} \wedge a = \text{'Curie'}))\})\}$$

# Sicherheit des Domänenkalküls

- Sicherheit ist analog zum Tupelkalkül

- zum Beispiel ist

$$\{[p,n,r,o] \mid \neg ([p,n,r,o] \in \text{Professoren})\}$$

nicht sicher.

- Ein Ausdruck

$$\{[x_1, x_2, \dots, x_n] \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$

ist sicher, falls folgende drei Bedingungen gelten:

1. Falls Tupel  $[c_1, c_2, \dots, c_n]$  mit Konstante  $c_i$  im Ergebnis enthalten ist, so muss jedes  $c_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) in der Domäne von  $P$  enthalten sein.
2. Für jede existenz-quantifizierte Teilformel  $\exists x(P_1(x))$  muss gelten, dass  $P_1$  nur für Elemente aus der Domäne von  $P_1$  erfüllbar sein kann - oder evtl. für gar keine. Mit anderen Worten, wenn für eine Konstante  $c$  das Prädikat  $P_1(c)$  erfüllt ist, so muss  $c$  in der Domäne von  $P_1$  enthalten sein.
3. Für jede universal-quantifizierte Teilformel  $\forall x(P_1(x))$  muss gelten, dass sie dann und nur dann erfüllt ist, wenn  $P_1(x)$  für alle Werte der Domäne von  $P_1$  erfüllt ist. Für alle  $d$ , die nicht in der Domäne von  $P_1$  enthalten sind, muss  $P_1(d)$  auf jeden Fall erfüllt sein.

# Ausdruckskraft

Die drei Sprachen

1. relationale Algebra,
2. relationaler Tupelkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke und
3. relationaler Domänenkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke

sind **gleich mächtig**

*Beispiel Tupelkalkül vs. Algebra:*

$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \neg (\exists v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \wedge \neg (\exists h \in \text{hören} (h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr))))))\}$

Studenten  $\bowtie$  (hören  $\div$   $\Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$ )