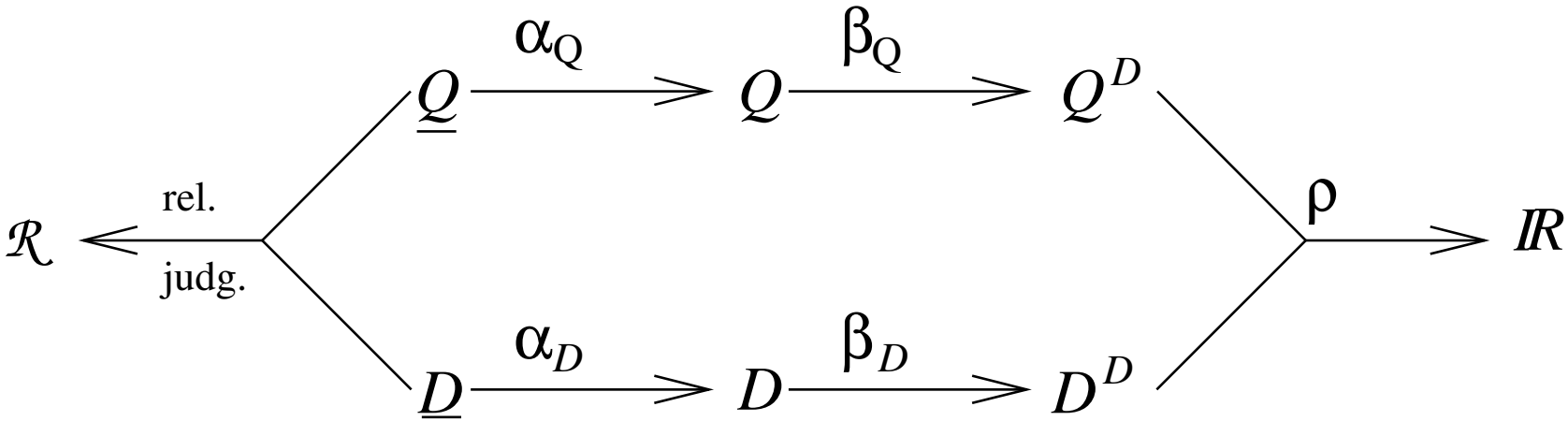
Internet-Suchmaschinen
Probabilistische Retrievalmodelle

Norbert Fuhr

Notationen

Notationen



$\underline{q} \in \underline{Q}$ Anfrage/Info-bed.

$q \in Q$ Anfragerepräs.

$q^D \in Q^D$ Anfragebeschr.

$\mathcal{R}$ Relevanzskala

$\underline{d_m} \in \underline{D}$ Dokument

$d \in D$ Dokumentrepräs.

$d_m^D \in D^D$ Dokumentbeschr.

ϱ Retrievalfunktion

R Retrievalwert

Binary-Independence-Retrieval-Modell

- Retrievalfunktionen für binäre Indexierung
- Probabilistische Grundlagen des BIR-Modells
- Anwendung des BIR-Modells

Retrievalfunktionen für binäre Indexierung

repräsentiere Anfragen und Dokumente als Mengen von Termen
$T = \{t_1, \ldots, t_n\}$ Menge der Terme in einer Kollektion

$q \in Q$: Anfragerepräsentation

$d_m \in D$: Dokumentrepräsentation

q^T: Menge von Fragetermen

d_m^T: Menge von Dokumenttermen

einfache Retrievalfunktion: Coordination level match

$$\varrho_{COORD}(q, d_m) = |q^T \cap d_m^T|$$

Binary-Independence-Retrieval-Modell (BIR):
weise Fragetermen Gewichte zu

$$\varrho_{BIR}(q, d_m) = \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} c_i$$

Retrievalfunktionen für binäre Indexierung

repräsentiere Anfragen und Dokumente als Mengen von Termen
$T = \{t_1, \ldots, t_n\}$ Menge der Terme in einer Kollektion

$q \in Q$: Anfragerepräsentation

q^T: Menge von Fragetermen

$d_m \in D$: Dokumentrepräsentation

d_m^T: Menge von Dokumenttermen

einfache Retrievalfunktion: Coordination level match

$$\varrho_{COORD}(q, d_m) = |q^T \cap d_m^T|$$

Binary-Independence-Retrieval-Modell (BIR):
weise Fragetermen Gewichte zu

$$\varrho_{BIR}(q, d_m) = \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} c_i$$

Retrievalfunktionen für binäre Indexierung

repräsentiere Anfragen und Dokumente als Mengen von Termen
$T = \{t_1, \ldots, t_n\}$ Menge der Terme in einer Kollektion

$q \in Q$: Anfragerepräsentation

$d_m \in D$: Dokumentrepräsentation

q^T: Menge von Fragetermen

d_m^T: Menge von Dokumenttermen

einfache Retrievalfunktion: Coordination level match

$$\varrho_{COORD}(q, d_m) = |q^T \cap d_m^T|$$

Binary-Independence-Retrieval-Modell (BIR):
weise Fragetermen Gewichte zu

$$\varrho_{BIR}(q, d_m) = \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} c_i$$

Probabilistische Grundlagen des BIR-Modells

Grundlegende mathematische Techniken zur Herleitung der probabilistischen Retrievalmodelle:

1. Benutzung von Chancen statt Wahrscheinlichkeiten, wobei

$$O(y) = \frac{P(y)}{P(\bar{y})} = \frac{P(y)}{1 - P(y)}.$$

2. Anwendung des Bayes'schen Theorems:

$$P(a|b) = \frac{P(a,b)}{P(b)} = \frac{P(b|a) \cdot P(a)}{P(b)},$$

Probabilistische Grundlagen des BIR-Modells

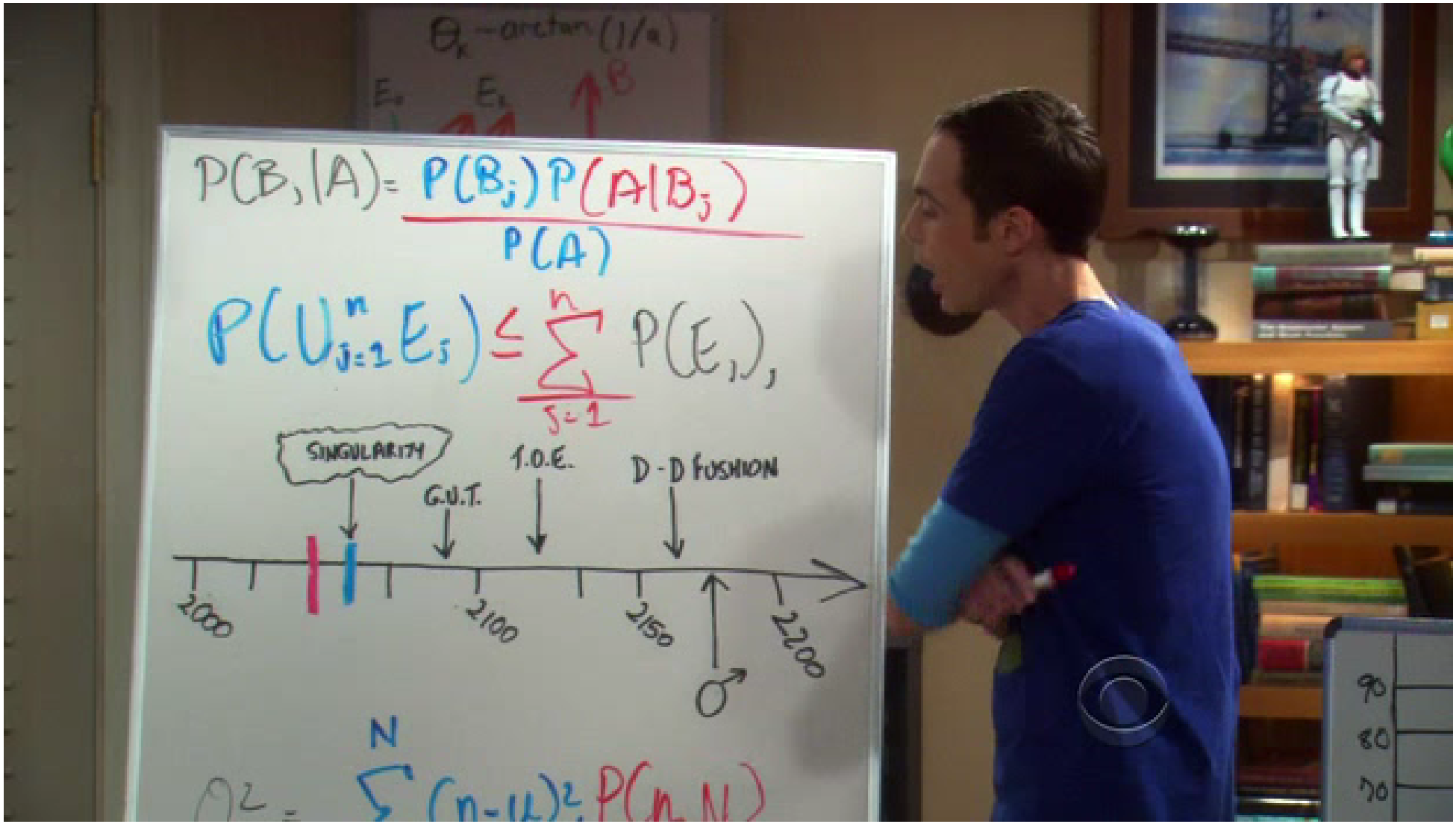
Grundlegende mathematische Techniken zur Herleitung der probabilistischen Retrievalmodelle:

1. Benutzung von Chancen statt Wahrscheinlichkeiten, wobei

$$O(y) = \frac{P(y)}{P(\bar{y})} = \frac{P(y)}{1 - P(y)}.$$

2. Anwendung des Bayes'schen Theorems:

$$P(a|b) = \frac{P(a,b)}{P(b)} = \frac{P(b|a) \cdot P(a)}{P(b)},$$



Szene aus „The Big Bang Theory“ S04E02

Herleitung des BIR-Modells

Abschätzung von $O(R|d_m^T)$
= Chance, dass ein Dokument mit einer Menge von Termen d_m^T relevant zur Anfrage q ist

Repräsentation des Dokumentes d_m als binären Vektor

$$\vec{x} = (x_1, \ldots, x_n) \qquad \text{mit} \qquad x_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } t_i \in d_m^T \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$O(R|d_m^T) = O(R|\vec{x}) = \frac{P(R|\vec{x})}{P(\bar{R}|\vec{x})}$$

Herleitung des BIR-Modells

Abschätzung von $O(R|d_m^T)$
= Chance, dass ein Dokument mit einer Menge von Termen d_m^T relevant zur Anfrage q ist

Repräsentation des Dokumentes d_m als binären Vektor

$$\vec{x} = (x_1, \ldots, x_n) \qquad \text{mit} \qquad x_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } t_i \in d_m^T \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$O(R|d_m^T) = O(R|\vec{x}) = \frac{P(R|\vec{x})}{P(\bar{R}|\vec{x})}$$

Herleitung des BIR-Modells

Abschätzung von $O(R|d_m^T)$
= Chance, dass ein Dokument mit einer Menge von Termen d_m^T relevant zur Anfrage q ist

Repräsentation des Dokumentes d_m als binären Vektor

$$\vec{x} = (x_1, \ldots, x_n) \qquad \text{mit} \qquad x_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } t_i \in d_m^T \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$O(R|d_m^T) = O(R|\vec{x}) = \frac{P(R|\vec{x})}{P(\bar{R}|\vec{x})}$$

Anwenden des Bayes'schen Theorems

$$O(R|\vec{x}) = \frac{P(R|\vec{x})}{P(\bar{R}|\vec{x})} = \frac{P(R)}{P(\bar{R})} \cdot \frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \cdot \frac{P(\vec{x})}{P(\vec{x})}$$

$P(R)$ W., dass ein arbiträres Dokument relevant ist zur Anfrage

$P(\vec{x}|R)$ W., dass ein arbiträres, relevantes Dokument den Termvektor $\vec{x}$ besitzt

$P(\vec{x}|\bar{R})$ W., dass ein arbiträres, nicht-relevantes Dokument den Termvektor $\vec{x}$ besitzt

Beispiel

d_m	$r(d_m)$	x_1	x_2	$P(R\|\vec{x})$
d_1	R	1	1	
d_2	R	1	1	
d_3	R	1	1	0.80
d_4	R	1	1	
d_5	N	1	1	
d_6	R	1	0	
d_7	R	1	0	
d_8	R	1	0	0.67
d_9	R	1	0	
d_{10}	N	1	0	
d_{11}	N	1	0	

d_m	$r(d_m)$	x_1	x_2	$P(R\|\vec{x})$
d_{12}	R	0	1	
d_{13}	R	0	1	
d_{14}	R	0	1	0.50
d_{15}	N	0	1	
d_{16}	N	0	1	
d_{17}	N	0	1	
d_{18}	R	0	0	
d_{19}	N	0	0	0.33
d_{20}	N	0	0	

$$P(R) = \frac{12}{20} \qquad P(1,1|R) = \frac{4}{12} \qquad P(1,1|\bar{R}) = \frac{1}{8}$$

Annahme der "Linked dependence":

$$\frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

$$O(R|\vec{x}) = \frac{P(R)}{P(\bar{R})} \cdot \frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx O(R) \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

Aufteilen nach Vorkommen/Fehlen von Termen im aktuellen Dokument:

$$O(R|\vec{x}) = O(R) \prod_{x_i=1} \frac{P(x_i{=}1|R)}{P(x_i{=}1|\bar{R})} \cdot \prod_{x_i=0} \frac{P(x_i{=}0|R)}{P(x_i{=}0|\bar{R})}.$$

$p_i = P(x_i{=}1|R)$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren relevanten Dokument vorkommt

$s_i = P(x_i{=}1|\bar{R})$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren nicht-relevanten Dokument vorkommt

Annahme der "Linked dependence":

$$\frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

$$O(R|\vec{x}) = \frac{P(R)}{P(\bar{R})} \cdot \frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx O(R) \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

Aufteilen nach Vorkommen/Fehlen von Termen im aktuellen Dokument:

$$O(R|\vec{x}) = O(R) \prod_{x_i=1} \frac{P(x_i=1|R)}{P(x_i=1|\bar{R})} \cdot \prod_{x_i=0} \frac{P(x_i=0|R)}{P(x_i=0|\bar{R})}.$$

$p_i = P(x_i=1|R)$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren relevanten Dokument vorkommt

$s_i = P(x_i=1|\bar{R})$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren nicht-relevanten Dokument vorkommt

Annahme der "Linked dependence":

$$\frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

$$O(R|\vec{x}) = \frac{P(R)}{P(\bar{R})} \cdot \frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx O(R) \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

Aufteilen nach Vorkommen/Fehlen von Termen im aktuellen Dokument:

$$O(R|\vec{x}) = O(R) \prod_{x_i=1} \frac{P(x_i{=}1|R)}{P(x_i{=}1|\bar{R})} \cdot \prod_{x_i=0} \frac{P(x_i{=}0|R)}{P(x_i{=}0|\bar{R})}.$$

$p_i = P(x_i{=}1|R)$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren relevanten Dokument vorkommt

$s_i = P(x_i{=}1|\bar{R})$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren nicht-relevanten Dokument vorkommt

Annahme der "Linked dependence":

$$\frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

$$O(R|\vec{x}) = \frac{P(R)}{P(\bar{R})} \cdot \frac{P(\vec{x}|R)}{P(\vec{x}|\bar{R})} \approx O(R) \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i|R)}{P(x_i|\bar{R})}$$

Aufteilen nach Vorkommen/Fehlen von Termen im aktuellen Dokument:

$$O(R|\vec{x}) = O(R) \prod_{x_i=1} \frac{P(x_i{=}1|R)}{P(x_i{=}1|\bar{R})} \cdot \prod_{x_i=0} \frac{P(x_i{=}0|R)}{P(x_i{=}0|\bar{R})}.$$

$p_i = P(x_i{=}1|R)$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren relevanten Dokument vorkommt

$s_i = P(x_i{=}1|\bar{R})$ Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren nicht-relevanten Dokument vorkommt

Annahme, dass $p_i = s_i$ für alle $t_i \notin q^T$

$$O(R|d_m^T) = O(R) \prod_{t_i \in d_m^T \cap q^T} \frac{p_i}{s_i} \cdot \prod_{t_i \in q^T \setminus d_m^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \quad (1)$$

$$= O(R) \prod_{t_i \in d_m^T \cap q^T} \frac{p_i}{s_i} \cdot \prod_{t_i \in d_m^T \cap q^T} \frac{1-s_i}{1-p_i}$$

$$\cdot \prod_{t_i \in d_m^T \cap q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \cdot \prod_{t_i \in q^T \setminus d_m^T} \frac{1-p_i}{1-s_i}$$

$$= O(R) \prod_{t_i \in d_m^T \cap q^T} \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)} \cdot \prod_{t_i \in q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i}$$

Nur das erste Produkt ist bezüglich einer gegebenen Anfrage q für unterschiedliche Dokumente *nicht* konstant $\longrightarrow$
Betrachte daher nur dieses Produkt für das Ranking

Annahme, dass $p_i = s_i$ für alle $t_i \notin q^T$

$$
\begin{aligned}
O(R|d_m^T) &= O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i}{s_i} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T \setminus d_m^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \qquad (1) \\
&= O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i}{s_i} \cdot \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{1-s_i}{1-p_i} \\
&\quad \cdot \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T \setminus d_m^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \\
&= O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i}
\end{aligned}
$$

Nur das erste Produkt ist bezüglich einer gegebenen Anfrage q für unterschiedliche Dokumente *nicht* konstant $\longrightarrow$
Betrachte daher nur dieses Produkt für das Ranking

Annahme, dass $p_i = s_i$ für alle $t_i \notin q^T$

$$
\begin{aligned}
O(R|d_m^T) &= O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i}{s_i} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T \setminus d_m^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \qquad (1) \\
&= O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i}{s_i} \cdot \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{1-s_i}{1-p_i} \\
&\quad \cdot \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T \setminus d_m^T} \frac{1-p_i}{1-s_i} \\
&= O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i}
\end{aligned}
$$

Nur das erste Produkt ist bezüglich einer gegebenen Anfrage q für unterschiedliche Dokumente *nicht* konstant $\longrightarrow$
Betrachte daher nur dieses Produkt für das Ranking

$$O(R|d_m^T) = O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i}$$

Übergang zum Logarithmus (ordnungserhaltend):

$$c_i = \log \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)}$$

Retrievalfunktion:

$$\varrho_{BIR}(q, d_m) = \sum_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} c_i$$

$$O(R|d_m^T) = O(R) \prod_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)} \cdot \prod_{t_i \epsilon q^T} \frac{1-p_i}{1-s_i}$$

Übergang zum Logarithmus (ordnungserhaltend):

$$c_i = \log \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)}$$

Retrievalfunktion:

$$\varrho_{BIR}(q, d_m) = \sum_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} c_i$$

Anwendung des BIR-Modells
Parameterabschätzung für s_i

$s_i = P(x_i{=}1|\bar{R})$:
(Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren nicht-relevanten Dokument vorkommt)

Annahme:
Anzahl der nicht-relevanten Dokumente $\approx$ Größe der Kollektion

N – Kollektionsgröße
n_i – # Dokumente mit dem Term t_i
$s_i = \frac{n_i}{N}$

Anwendung des BIR-Modells
Parameterabschätzung für s_i

$s_i = P(x_i{=}1|\bar{R})$:
(Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren nicht-relevanten Dokument vorkommt)

Annahme:
Anzahl der nicht-relevanten Dokumente $\approx$ Größe der Kollektion

N – Kollektionsgröße
n_i – # Dokumente mit dem Term t_i
$s_i = \frac{n_i}{N}$

Anwendung des BIR-Modells
Parameterabschätzung für s_i

$s_i = P(x_i{=}1|\bar{R})$:
(Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren nicht-relevanten Dokument vorkommt)

Annahme:
Anzahl der nicht-relevanten Dokumente $\approx$ Größe der Kollektion

N – Kollektionsgröße
n_i – # Dokumente mit dem Term t_i
$s_i = \frac{n_i}{N}$

Parameterabschätzung für p_i

$p_i = P(x_i{=}1|R)$:
(Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren relevanten Dokument vorkommt)

1. benutze globalen Wert p für alle p_is

$\longrightarrow$ Termgewichtung nach inverser Dokumentenhäufigkeit (IDF)

$$\begin{aligned} c_i &= \log \frac{p}{1-p} + \log \frac{1-s_i}{s_i} \\ &= c_p + \log \frac{N-n_i}{n_i} \end{aligned}$$

$\varrho_{IDF}(q, d_m) = \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} (c_p + \log \frac{N-n_i}{n_i})$

oft benutzt: $p = 0.5 \longrightarrow c_p = 0$

Parameterabschätzung für p_i

$p_i = P(x_i{=}1|R)$:
(Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren relevanten Dokument vorkommt)

1. benutze globalen Wert p für alle p_is
$\longrightarrow$ Termgewichtung nach inverser Dokumentenhäufigkeit (IDF)

$$\begin{aligned} c_i &= \log \frac{p}{1-p} + \log \frac{1-s_i}{s_i} \\ &= c_p + \log \frac{N-n_i}{n_i} \end{aligned}$$

$\varrho_{IDF}(q, d_m) = \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} (c_p + \log \frac{N-n_i}{n_i})$

oft benutzt: $p = 0.5 \longrightarrow c_p = 0$

Parameterabschätzung für p_i

$p_i = P(x_i{=}1|R)$:
(Wahrscheinlichkeit, dass t_i in einem arbiträren relevanten Dokument vorkommt)

1. benutze globalen Wert p für alle p_is
$\longrightarrow$ Termgewichtung nach inverser Dokumentenhäufigkeit (IDF)

$$\begin{aligned} c_i &= \log \frac{p}{1-p} + \log \frac{1-s_i}{s_i} \\ &= c_p + \log \frac{N-n_i}{n_i} \end{aligned}$$

$\varrho_{IDF}(q, d_m) = \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} (c_p + \log \frac{N-n_i}{n_i})$

oft benutzt: $p = 0.5 \longrightarrow c_p = 0$

2. Relevance Feedback:

initiale Rangordnung nach IDF-Formel
präsentiere höchstgerankte Dokumente dem Benutzer
(etwa 10 . . . 20)
Benutzer gibt binäre Relevanzurteile ab: relevant/nicht-relevant

r: # als relevant beurteilte Dokumente zur Anfrage q

r_i: # relevante Dokumente mit dem Term t_i

$$p_i = P(t_i|R) \approx \frac{r_i}{r}$$

verbesserte Abschätzungen:

$$p_i \approx \frac{r_i + 0.5}{r + 1}$$

2. Relevance Feedback:

initiale Rangordnung nach IDF-Formel
präsentiere höchstgerankte Dokumente dem Benutzer
(etwa 10 . . . 20)
Benutzer gibt binäre Relevanzurteile ab: relevant/nicht-relevant

r: # als relevant beurteilte Dokumente zur Anfrage q

r_i: # relevante Dokumente mit dem Term t_i

$$p_i = P(t_i|R) \approx \frac{r_i}{r}$$

verbesserte Abschätzungen:

$$p_i \approx \frac{r_i + 0.5}{r + 1}$$

2. Relevance Feedback:

initiale Rangordnung nach IDF-Formel
präsentiere höchstgerankte Dokumente dem Benutzer
(etwa 10 . . . 20)
Benutzer gibt binäre Relevanzurteile ab: relevant/nicht-relevant

r: # als relevant beurteilte Dokumente zur Anfrage q

r_i: # relevante Dokumente mit dem Term t_i

$p_i = P(t_i|R) \approx \frac{r_i}{r}$

verbesserte Abschätzungen:

$$p_i \approx \frac{r_i + 0.5}{r + 1}$$

Beispiel für BIR

d_m	$r(d_m)$	x_1	x_2	$P(R\|\vec{x})$	BIR
d_1	R	1	1		
d_2	R	1	1		
d_3	R	1	1	0.80	0.76
d_4	R	1	1		
d_5	N	1	1		
d_6	R	1	0		
d_7	R	1	0		
d_8	R	1	0	0.67	0.69
d_9	R	1	0		
d_{10}	N	1	0		
d_{11}	N	1	0		

d_m	$r(d_m)$	x_1	x_2	$P(R\|\vec{x})$	BIR
d_{12}	R	0	1		
d_{13}	R	0	1		
d_{14}	R	0	1	0.50	0.48
d_{15}	N	0	1		
d_{16}	N	0	1		
d_{17}	N	0	1		
d_{18}	R	0	0		
d_{19}	N	0	0	0.33	0.40
d_{20}	N	0	0		

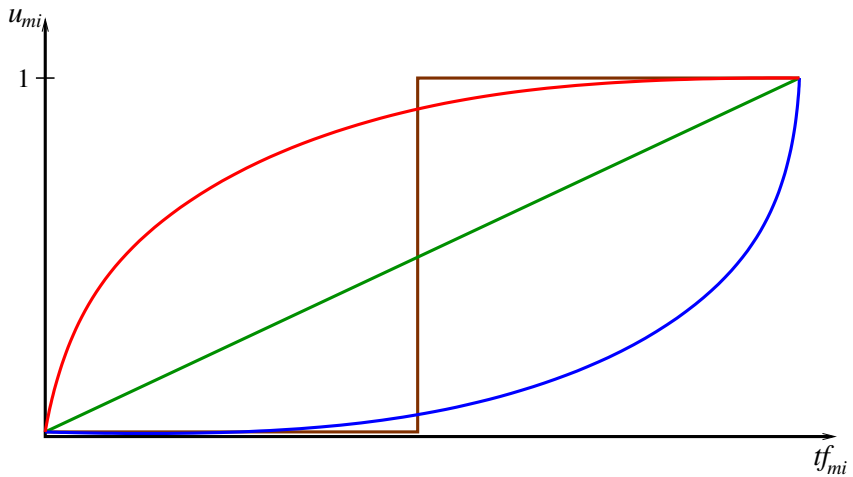
BIR Example

For the example collection above,
compute the values of $O(R|d_m^T)$ via eqn. 1,
estimating the parameters directly as relative frequencies.

BM25

BM25

heuristische Erweiterung des BIR-Modells
von binärer auf gewichtete Indexierung
(Berücksichtigung der Vorkommenshäufigkeit tf)



Übergang zu gewichteter Indexierung

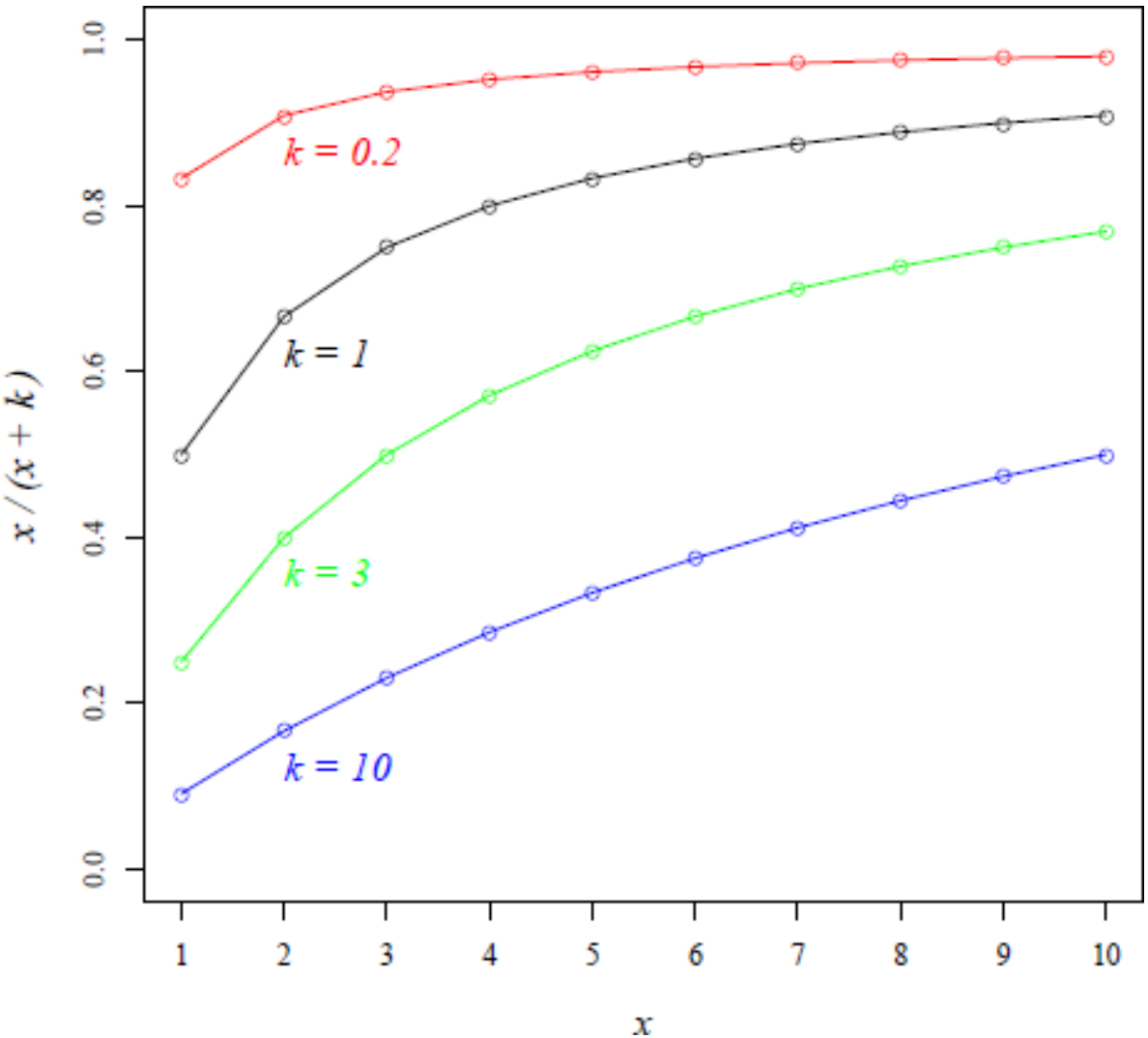
l_m	Dokumentlänge (# laufende Wörter in d_m)
al	durchschnittliche Dokumentlänge in $\underline{D}$
tf_{mi}:	Vorkommenshäufigkeit (Vkh) von t_i in d_m.
b	Gewichtung der Längennormalisierung, $0 \leq b \leq 1$
k	Gewichtung der Vorkommenshäufigkeit

Längennormalisierung: $B = \left((1-b) + b\frac{l_m}{al}\right)$

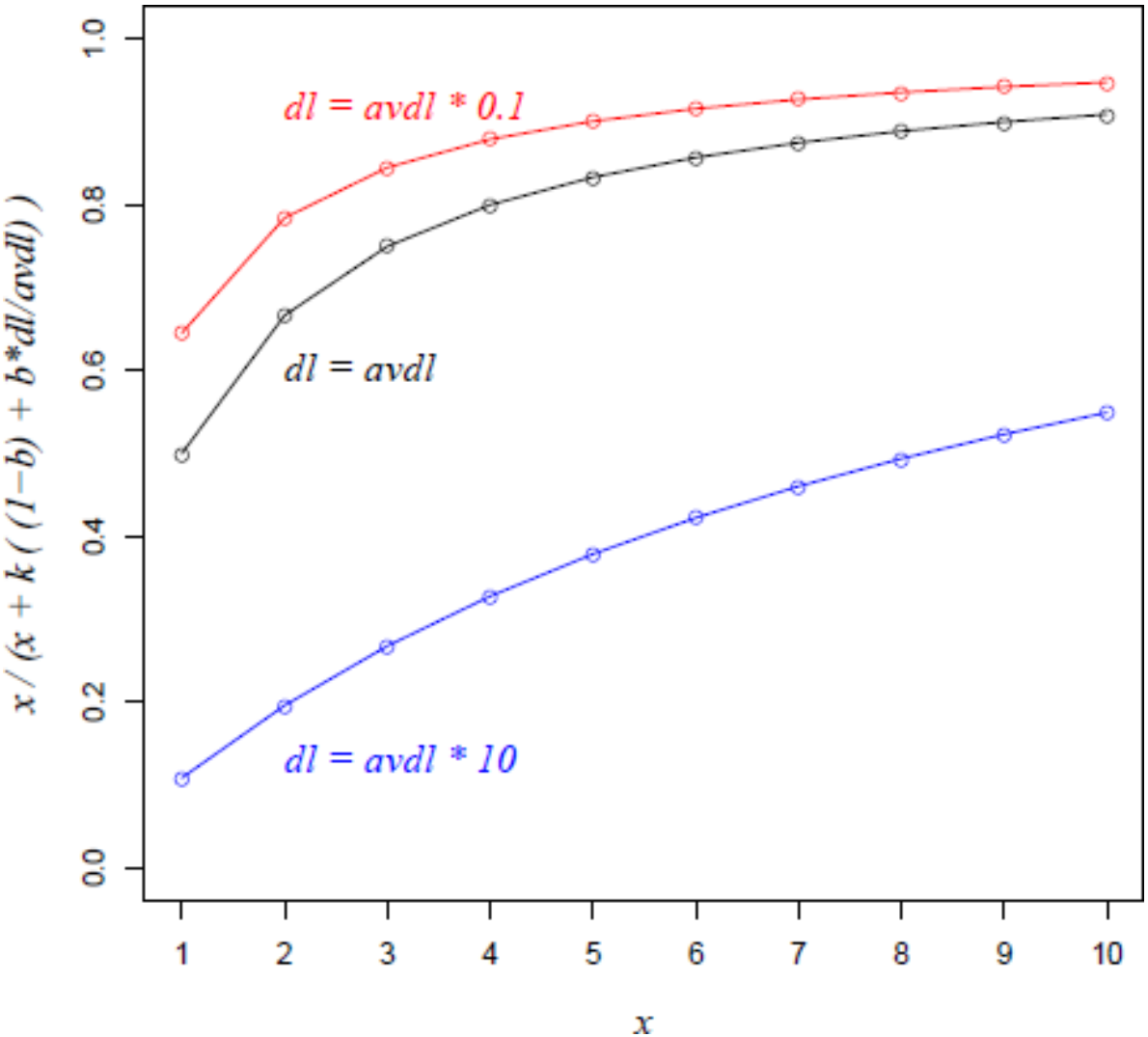
normalisierte Vorkommenshäufigkeit: $ntf_{mi} = tf_{mi}/B$

BM25-Gewicht:
$$u_{mi} = \frac{ntf_{mi}}{k + ntf_{mi}} = \frac{tf_{mi}}{k\left((1-b) + b\frac{l_m}{al}\right) + tf_{mi}}$$

Einfluss von k



Einfluss von B



BM25-Retrievalfunktion

$$\varrho_{BM25}(q, d_m) = \sum_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} u_{mi} \cdot c_i$$

$$= \sum_{t_i \epsilon d_m^T \cap q^T} \frac{tf_{mi}}{k((1-b) + b\frac{l_m}{al}) + tf_{mi}} \log \frac{p_i(1-s_i)}{s_i(1-p_i)}$$

Statistische Sprachmodelle

- Sprachmodell von Zhai und Lafferty
- Ähnlichkeit von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Statistische Sprachmodelle

Nachteil bisher vorgestellter Modelle:
keine theoretisch fundierte Berechnung der Indexierungsgewichte

Statistische Sprachmodelle:

- betrachten Sprache (Folge von Wörtern) als statistischen Prozess
- Sprachmodell θ ist definiert als Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$\theta = \{(t_i, P(t_i|\theta)|t_i \in T)\} \quad \text{mit} \sum_{t_i \in T} P(t_i|\theta) = 1$$

- Wahrscheinlichkeit für einen Dokumenttext $d = t_1 t_2 t_3 \ldots t_l$:
  $P(d|\theta) = \prod_{j=1}^{l} P(t_j|\theta)$
- Retrievalfunktion: betrachte Wahrscheinlichkeit, dass Frage und Dokument vom selben Sprachmodell generiert wurden

Sprachmodell von Zhai und Lafferty

W., dass Anfrage vom Sprachmodell des Dokumentes generiert wurde:

$$
\begin{aligned}
P(q|d_m) &\approx \prod_{t_i \subseteq q^T} P(t_i|\theta_{d_m}) \\
&= \prod_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_s(t_i|d_m) \prod_{t_i \in q^T - d_m^T} P_u(t_i|d_m) \\
&= \prod_{t_i \in q^T \cap d_m^T} \frac{P_s(t_i|d_m)}{P_u(t_i|d_m)} \prod_{t_i \in q^T} P_u(t_i|d_m)
\end{aligned}
$$

$P_s(t_i|d_m)$ W. dass das Dokument über t_i ist, falls $t_i \in d^T$

$P_u(t_i|d_m)$ W. dass das Dokument über t_i ist, falls $t_i \notin d^T$

$P(t_i|\theta_{d_m}) = P_s(t_i|d)$, falls $t_i \in d^T$, $= P_u(t_i|d)$ sonst

Sprachmodell von Zhai und Lafferty

W., dass Anfrage vom Sprachmodell des Dokumentes generiert wurde:

$$
\begin{aligned}
P(q|d_m) &\approx \prod_{t_i \subseteq q^T} P(t_i|\theta_{d_m}) \\
&= \prod_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_s(t_i|d_m) \prod_{t_i \in q^T - d_m^T} P_u(t_i|d_m) \\
&= \prod_{t_i \in q^T \cap d_m^T} \frac{P_s(t_i|d_m)}{P_u(t_i|d_m)} \prod_{t_i \in q^T} P_u(t_i|d_m)
\end{aligned}
$$

$P_s(t_i|d_m)$ W. dass das Dokument über t_i ist, falls $t_i \in d^T$

$P_u(t_i|d_m)$ W. dass das Dokument über t_i ist, falls $t_i \notin d^T$

$P(t_i|\theta_{d_m}) = P_s(t_i|d)$, falls $t_i \in d^T$, $= P_u(t_i|d)$ sonst

Parameterschätzung:

Schätzung von $P_s(t_i|d_m)$: Problem aufgrund spärlicher Daten

- L Anzahl Token der Kollektion
- tf_{im} Vorkommenshäufigkeit von t_i in d_m
- l_m Dokumentlänge (Anzahl Token) von d_m
- cf_i Kollektionshäufigkeit von t_i (# Vorkommen)

$$P_{avg}(t_i) = \frac{cf_i}{L} \qquad P_{ML}(t_i|d_m) = \frac{tf_{im}}{l_m}$$

schätze

$$P_s(t_i|d_m) = (1-\lambda)P_{ML}(t_i|d_m) + \lambda P_{avg}(t_i)$$
$$P_u(t_i|d_m) = \alpha_m P_{avg}(t_i)$$

$0 \leq \lambda \leq 1$: Glättungsfaktor (Jelinek-Mercer)

$$\alpha_m = \frac{1 - \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_{avg}(t_i)}{1 - \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_{ML}(t_i|d_m)}$$

Parameterschätzung:

Schätzung von $P_s(t_i|d_m)$: Problem aufgrund spärlicher Daten

- L Anzahl Token der Kollektion
- tf_{im} Vorkommenshäufigkeit von t_i in d_m
- l_m Dokumentlänge (Anzahl Token) von d_m
- cf_i Kollektionshäufigkeit von t_i (# Vorkommen)

$$P_{avg}(t_i) = \frac{cf_i}{L} \qquad P_{ML}(t_i|d_m) = \frac{tf_{im}}{l_m}$$

schätze

$$P_s(t_i|d_m) = (1-\lambda)P_{ML}(t_i|d_m) + \lambda P_{avg}(t_i)$$
$$P_u(t_i|d_m) = \alpha_m P_{avg}(t_i)$$

$0 \leq \lambda \leq 1$: Glättungsfaktor (Jelinek-Mercer)

$$\alpha_m = \frac{1 - \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_{avg}(t_i)}{1 - \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_{ML}(t_i|d_m)}$$

Parameterschätzung:

Schätzung von $P_s(t_i|d_m)$: Problem aufgrund spärlicher Daten

- L Anzahl Token der Kollektion
- tf_{im} Vorkommenshäufigkeit von t_i in d_m
- l_m Dokumentlänge (Anzahl Token) von d_m
- cf_i Kollektionshäufigkeit von t_i (# Vorkommen)

$$P_{avg}(t_i) = \frac{cf_i}{L} \qquad P_{ML}(t_i|d_m) = \frac{tf_{im}}{l_m}$$

schätze

$$P_s(t_i|d_m) = (1-\lambda)P_{ML}(t_i|d_m) + \lambda P_{avg}(t_i)$$
$$P_u(t_i|d_m) = \alpha_m P_{avg}(t_i)$$

$0 \leq \lambda \leq 1$: Glättungsfaktor (Jelinek-Mercer)

$$\alpha_m = \frac{1 - \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_{avg}(t_i)}{1 - \sum_{t_i \in q^T \cap d_m^T} P_{ML}(t_i|d_m)}$$

Exercise for the Zhai-Lafferty Model

Given the following collection of documents:

- $d_1 = (t_1, t_1, t_1, t_2)$
- $d_2 = (t_1, t_1, t_3, t_3)$
- $d_3 = (t_1, t_2, t_2)$
- $d_4 = (t_2)$

Now consider the query $q = (t_1, t_2)$.
Compute the language model probabilities according to the Zhai-Lafferty model.
Let $\lambda = 0.5$ and assume $\alpha_d = 1$

Ähnlichkeit von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

alternative Retrievalfunktion: Kullback-Leibler Divergence
misst die Unähnlichkeit zweier statistischer Sprachmodelle

- Dokument-Sprachmodell θ_d (wie oben)
- Anfrage-Sprachmodell θ_q (z.B. als $P_{ML}(t|q)$)

Idee: messe relative Information
Information eines Terms: $-\log P(t|\theta)$
Differenz der Information: $\log P(t|\theta_q) - \log P(t|\theta_d) = \log \frac{P(t|\theta_q)}{P(t|\theta_d)}$

anschließend Gewichtung entsprechend der relativen Häufigkeit des Terms:

$$D(\theta_q||\theta_d) = \sum_{t_i \in q^T} P(t_i|\theta_q) \log \frac{P(t_i|\theta_q)}{P(t_i|\theta_d)}$$

Ähnlichkeit von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

alternative Retrievalfunktion: Kullback-Leibler Divergence
misst die Unähnlichkeit zweier statistischer Sprachmodelle

- Dokument-Sprachmodell θ_d (wie oben)
- Anfrage-Sprachmodell θ_q (z.B. als $P_{ML}(t|q)$)

Idee: messe relative Information
Information eines Terms: $-\log P(t|\theta)$
Differenz der Information: $\log P(t|\theta_q) - \log P(t|\theta_d) = \log \frac{P(t|\theta_q)}{P(t|\theta_d)}$

anschließend Gewichtung entsprechend der relativen Häufigkeit des Terms:

$$D(\theta_q||\theta_d) = \sum_{t_i \in q^T} P(t_i|\theta_q) \log \frac{P(t_i|\theta_q)}{P(t_i|\theta_d)}$$

Ähnlichkeit von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

alternative Retrievalfunktion: Kullback-Leibler Divergence
misst die Unähnlichkeit zweier statistischer Sprachmodelle

- Dokument-Sprachmodell θ_d (wie oben)
- Anfrage-Sprachmodell θ_q (z.B. als $P_{ML}(t|q)$)

Idee: messe relative Information
Information eines Terms: $-\log P(t|\theta)$
Differenz der Information: $\log P(t|\theta_q) - \log P(t|\theta_d) = \log \frac{P(t|\theta_q)}{P(t|\theta_d)}$

anschließend Gewichtung entsprechend der relativen Häufigkeit des Terms:

$$D(\theta_q||\theta_d) = \sum_{t_i \in q^T} P(t_i|\theta_q) \log \frac{P(t_i|\theta_q)}{P(t_i|\theta_d)}$$

Ähnlichkeit von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

alternative Retrievalfunktion: Kullback-Leibler Divergence
misst die Unähnlichkeit zweier statistischer Sprachmodelle

- Dokument-Sprachmodell θ_d (wie oben)
- Anfrage-Sprachmodell θ_q (z.B. als $P_{ML}(t|q)$)

Idee: messe relative Information
Information eines Terms: $-\log P(t|\theta)$
Differenz der Information: $\log P(t|\theta_q) - \log P(t|\theta_d) = \log \frac{P(t|\theta_q)}{P(t|\theta_d)}$

anschließend Gewichtung entsprechend der relativen Häufigkeit des Terms:

$$D(\theta_q||\theta_d) = \sum_{t_i \in q^T} P(t_i|\theta_q) \log \frac{P(t_i|\theta_q)}{P(t_i|\theta_d)}$$

Das Probability-Ranking-Principle (PRP)

- Entscheidungstheoretische Rechtfertigung des PRP
- Rechtfertigung in Bezug auf Qualitätsmaße

Das Probability-Ranking-Principle (PRP)

Perfektes Retrieval:
ordne alle relevanten Dokumenten vor allen nicht-relevanten an

bezieht sich auf die Retrievalobjekte selbst, und ist nur bei vollständiger Relevanzbeurteilung der Kollektion moglich

Optimales Retrieval:
bezieht sich auf die Repräsentationen (wie jedes IR-System)

Probability Ranking Principle (PRP)
definiert optimales Retrieval für probabilistische Modelle:
ordne die Dokumente nach der absteigenden Wahrscheinlichkeit der Relevanz

Das Probability-Ranking-Principle (PRP)

Perfektes Retrieval:
ordne alle relevanten Dokumenten vor allen nicht-relevanten an

bezieht sich auf die Retrievalobjekte selbst, und ist nur bei vollständiger Relevanzbeurteilung der Kollektion moglich

Optimales Retrieval:
bezieht sich auf die Repräsentationen (wie jedes IR-System)

Probability Ranking Principle (PRP)
definiert optimales Retrieval für probabilistische Modelle:
ordne die Dokumente nach der absteigenden Wahrscheinlichkeit der Relevanz

Das Probability-Ranking-Principle (PRP)

Perfektes Retrieval:
ordne alle relevanten Dokumenten vor allen nicht-relevanten an

bezieht sich auf die Retrievalobjekte selbst, und ist nur bei vollständiger Relevanzbeurteilung der Kollektion moglich

Optimales Retrieval:
bezieht sich auf die Repräsentationen (wie jedes IR-System)

Probability Ranking Principle (PRP)
definiert optimales Retrieval für probabilistische Modelle:
ordne die Dokumente nach der absteigenden Wahrscheinlichkeit der Relevanz

Entscheidungstheoretische Rechtfertigung des PRP

- $\bar{C}$: Kosten für Retrieval eines nicht-relevanten Dokumentes
- C: Kosten für Retrieval eines relevanten Dokumentes

Entscheidungstheoretische Rechtfertigung des PRP

$\bar{C}$: Kosten für Retrieval eines nicht-relevanten Dokumentes

C: Kosten für Retrieval eines relevanten Dokumentes

erwartete Kosten für das Retrieval eines Dokuments d_j:

$$EC(q, d_j) = C \cdot P(R|q, d_j) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_j))$$

Entscheidungstheoretische Rechtfertigung des PRP

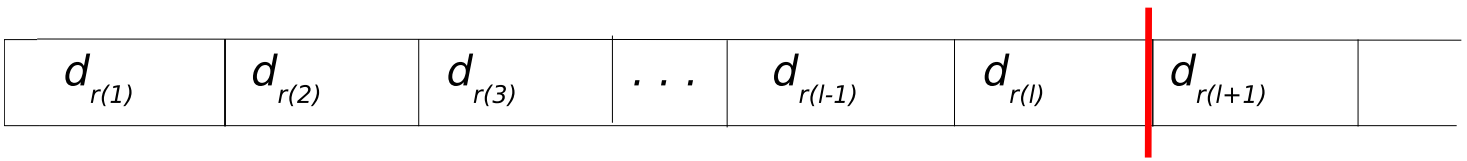
$\bar{C}$: Kosten für Retrieval eines nicht-relevanten Dokumentes

C: Kosten für Retrieval eines relevanten Dokumentes

erwartete Kosten für das Retrieval eines Dokuments d_j:

$$EC(q, d_j) = C \cdot P(R|q, d_j) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_j))$$

Gesamtkosten für das Retrieval:
(angenommen, der Benutzer betrachtet die ersten l Dokumente, wobei l nicht im Voraus bekannt ist)
$r(i)$: Ranking-Funktion, bestimmt den Index des Dokuments für den Rang i



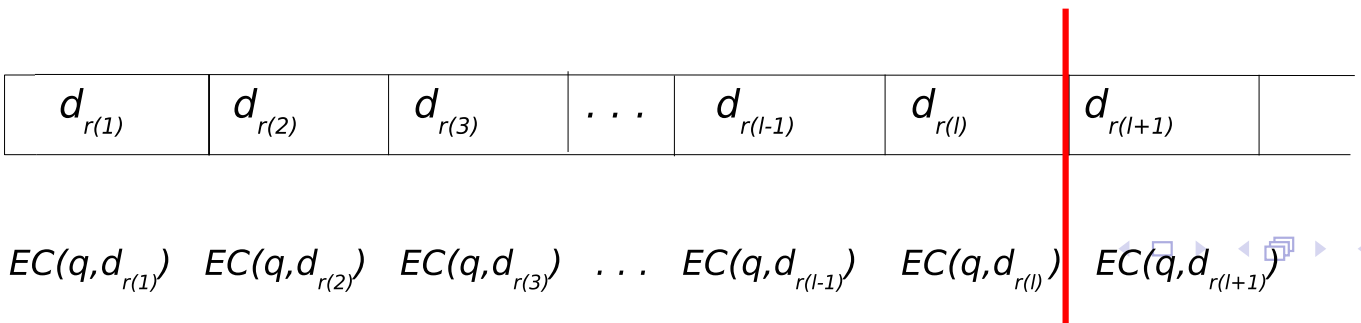
Entscheidungstheoretische Rechtfertigung des PRP

$\bar{C}$: Kosten für Retrieval eines nicht-relevanten Dokumentes
C: Kosten für Retrieval eines relevanten Dokumentes

erwartete Kosten für das Retrieval eines Dokuments d_j:

$$EC(q, d_j) = C \cdot P(R|q, d_j) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_j))$$

Gesamtkosten für das Retrieval:
(angenommen, der Benutzer betrachtet die ersten l Dokumente, wobei l nicht im Voraus bekannt ist)
$r(i)$: Ranking-Funktion, bestimmt den Index des Dokuments für den Rang i



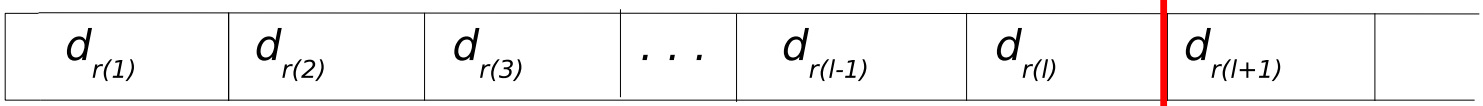
Entscheidungstheoretische Rechtfertigung des PRP

$\bar{C}$: Kosten für Retrieval eines nicht-relevanten Dokumentes
C: Kosten für Retrieval eines relevanten Dokumentes

erwartete Kosten für das Retrieval eines Dokuments d_j:

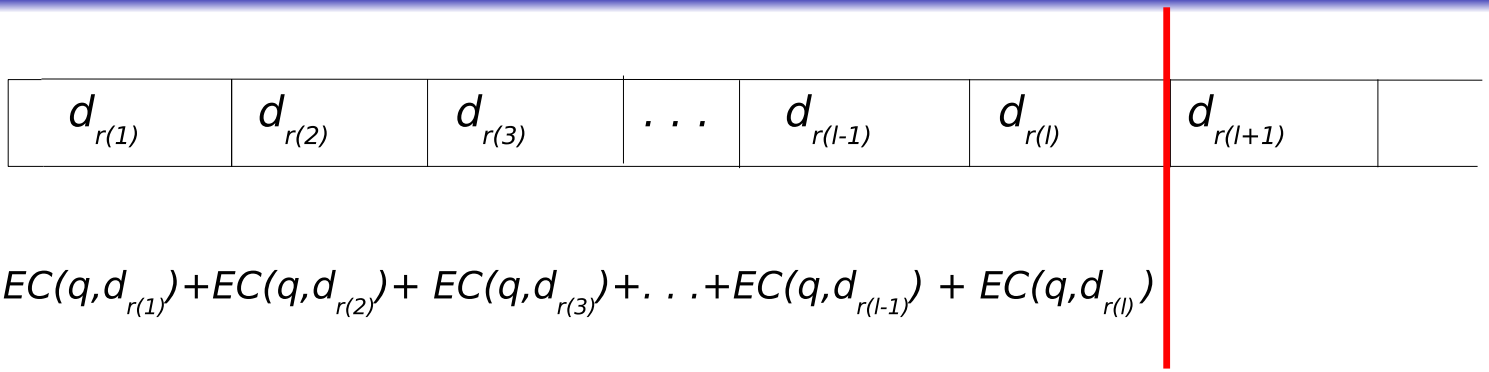
$$EC(q, d_j) = C \cdot P(R|q, d_j) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_j))$$

Gesamtkosten für das Retrieval:
(angenommen, der Benutzer betrachtet die ersten l Dokumente, wobei l nicht im Voraus bekannt ist)
$r(i)$: Ranking-Funktion, bestimmt den Index des Dokuments für den Rang i



$$EC(q,l) = EC(q,d_{r(1)}) + EC(q,d_{r(2)}) + EC(q,d_{r(3)}) + \ldots + EC(q,d_{r(l-1)}) + EC(q,d_{r(l)})$$

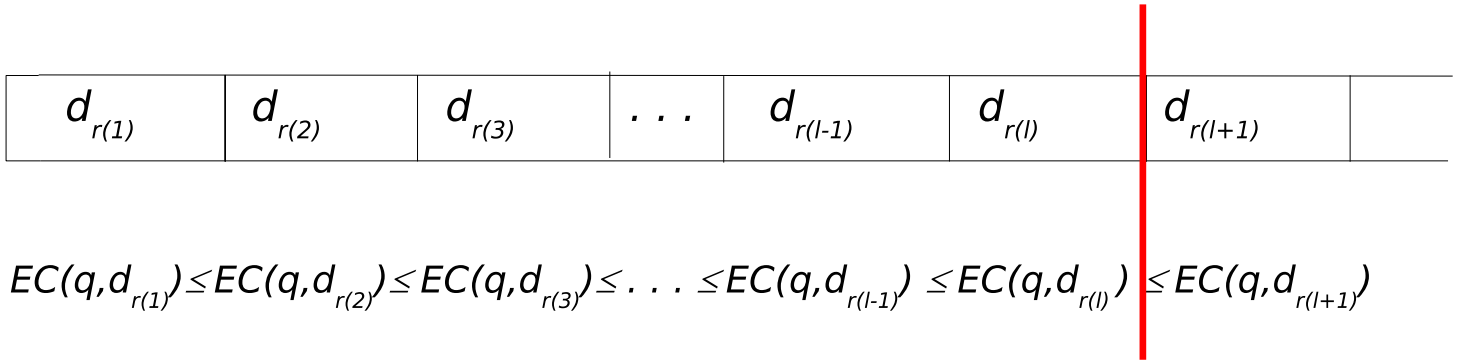
Minimierung der Gesamtkosten



$$EC(q,l) = EC(q,d_{r(1)}) + EC(q,d_{r(2)}) + EC(q,d_{r(3)}) + \ldots + EC(q,d_{r(l-1)}) + EC(q,d_{r(l)})$$

$$\begin{aligned} EC(q,l) &= EC(q,d_{r(1)},d_{r(2)},\ldots,d_{r(l)}) \\ &= \sum_{i=1}^{l} EC(q,d_{r(i)}) \end{aligned}$$

Minimierung der Gesamtkosten



$$\begin{aligned} EC(q,l) &= EC(q, d_{r(1)}, d_{r(2)}, \ldots, d_{r(l)}) \\ &= \sum_{i=1}^{l} EC(q, d_{r(i)}) \end{aligned}$$

Mimimale Gesamtkosten $\rightarrow$ minimiere $\sum_{i=1}^{l} EC(q, d_{r(i)}) \rightarrow$ $r(i)$ sollte Dokumente nach **aufsteigenden** Kosten sortieren

Entscheidungstheoretische Regel:

$$
\begin{aligned}
EC(q, d_{r(i)}) &\leq EC(q, d_{r(i+1)}) \\
\iff C \cdot P(R|q, d_{r(i)}) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_{r(i)})) &\leq \\
C \cdot P(R|q, d_{r(i+1)}) + \bar{C}\left(1 - P(R|q, d_{r(i+1)})\right) & \\
\iff P(R|q, d_{r(i)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} &\leq \\
P(R|q, d_{r(i+1)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} & \\
\iff (\text{da } C < \bar{C}): \quad P(R|q, d_{r(i)}) &\geq P(R|q, d_{r(i+1)}).
\end{aligned}
$$

ordne Dokumente nach der **absteigenden** Wahrscheinlichkeit der Relevanz!

Entscheidungstheoretische Regel:

$$
\begin{aligned}
EC(q, d_{r(i)}) &\leq EC(q, d_{r(i+1)}) \\
\iff C \cdot P(R|q, d_{r(i)}) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_{r(i)})) &\leq \\
C \cdot P(R|q, d_{r(i+1)}) + \bar{C}\left(1 - P(R|q, d_{r(i+1)})\right) & \\
\iff P(R|q, d_{r(i)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} &\leq \\
P(R|q, d_{r(i+1)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} & \\
\iff (\text{da } C < \bar{C}): \quad P(R|q, d_{r(i)}) &\geq P(R|q, d_{r(i+1)}).
\end{aligned}
$$

ordne Dokumente nach der **absteigenden** Wahrscheinlichkeit der Relevanz!

Entscheidungstheoretische Regel:

$$
\begin{aligned}
EC(q, d_{r(i)}) &\leq EC(q, d_{r(i+1)}) \\
\iff C \cdot P(R|q, d_{r(i)}) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_{r(i)})) &\leq \\
C \cdot P(R|q, d_{r(i+1)}) + \bar{C}\left(1 - P(R|q, d_{r(i+1)})\right) & \\
\iff P(R|q, d_{r(i)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} &\leq \\
P(R|q, d_{r(i+1)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} & \\
\iff (\text{da } C < \bar{C}): \quad P(R|q, d_{r(i)}) &\geq P(R|q, d_{r(i+1)}).
\end{aligned}
$$

ordne Dokumente nach der **absteigenden** Wahrscheinlichkeit der Relevanz!

Entscheidungstheoretische Regel:

$$
\begin{aligned}
EC(q, d_{r(i)}) &\leq EC(q, d_{r(i+1)}) \\
\iff C \cdot P(R|q, d_{r(i)}) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_{r(i)})) &\leq \\
C \cdot P(R|q, d_{r(i+1)}) + \bar{C}\left(1 - P(R|q, d_{r(i+1)})\right) & \\
\iff P(R|q, d_{r(i)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} &\leq \\
P(R|q, d_{r(i+1)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} & \\
\iff (\text{da } C < \bar{C}): \quad P(R|q, d_{r(i)}) &\geq P(R|q, d_{r(i+1)}).
\end{aligned}
$$

ordne Dokumente nach der **absteigenden** Wahrscheinlichkeit der Relevanz!

Entscheidungstheoretische Regel:

$$
\begin{aligned}
EC(q, d_{r(i)}) &\leq EC(q, d_{r(i+1)}) \\
\iff C \cdot P(R|q, d_{r(i)}) + \bar{C}(1 - P(R|q, d_{r(i)})) &\leq \\
C \cdot P(R|q, d_{r(i+1)}) + \bar{C}\left(1 - P(R|q, d_{r(i+1)})\right) & \\
\iff P(R|q, d_{r(i)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} &\leq \\
P(R|q, d_{r(i+1)})\left(C - \bar{C}\right) + \bar{C} & \\
\iff (\text{da } C < \bar{C}): \quad P(R|q, d_{r(i)}) &\geq P(R|q, d_{r(i+1)}).
\end{aligned}
$$

ordne Dokumente nach der **absteigenden** Wahrscheinlichkeit der Relevanz!

PRP-Beispiel

System berechnet folgende Relevanzwahrscheinlichkeiten $P(R|q,d)$:
$(0.9, 0.8, 0.5, 0.4, 0.35, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.0)$
Benutzer schaut sich nur die ersten drei Dokumente an

1. Sei $C = 0$ und $\bar{C} = 2$.
   Wie hoch sind die erwarteten Kosten für den Nutzer?
2. Erwartete Precision?
3. Erwarteter Recall?

1. $EC(q,d) = C \cdot P(R|q,d) + \bar{C}(1 - P(R|q,d)) = 2 \cdot (1 - P(R|q,d))$
   $EC(q) = 2 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.5 = 1.6$
2. $p = (0.9 + 0.8 + 0.5)/3 = 0.73$
3. $\sum_i P(R|q,d_i) = 4, \qquad r = (0.9 + 0.8 + 0.5)/4 = 0.55$

PRP-Beispiel

System berechnet folgende Relevanzwahrscheinlichkeiten $P(R|q,d)$:
$(0.9, 0.8, 0.5, 0.4, 0.35, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.0)$
Benutzer schaut sich nur die ersten drei Dokumente an

1. Sei $C = 0$ und $\bar{C} = 2$.
   Wie hoch sind die erwarteten Kosten für den Nutzer?
2. Erwartete Precision?
3. Erwarteter Recall?

1. $EC(q,d) = C \cdot P(R|q,d) + \bar{C}(1 - P(R|q,d)) = 2 \cdot (1 - P(R|q,d))$
   $$EC(q) = 2 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.5 = 1.6$$
2. $p = (0.9 + 0.8 + 0.5)/3 = 0.73$
3. $\sum_i P(R|q,d_i) = 4, \qquad r = (0.9 + 0.8 + 0.5)/4 = 0.55$

PRP-Beispiel

System berechnet folgende Relevanzwahrscheinlichkeiten $P(R|q,d)$:
$(0.9, 0.8, 0.5, 0.4, 0.35, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.0)$
Benutzer schaut sich nur die ersten drei Dokumente an

1. Sei $C = 0$ und $\bar{C} = 2$.
   Wie hoch sind die erwarteten Kosten für den Nutzer?
2. Erwartete Precision?
3. Erwarteter Recall?

1. $EC(q,d) = C \cdot P(R|q,d) + \bar{C}(1 - P(R|q,d)) = 2 \cdot (1 - P(R|q,d))$
   $$EC(q) = 2 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.5 = 1.6$$
2. $p = (0.9 + 0.8 + 0.5)/3 = 0.73$
3. $\sum_i P(R|q,d_i) = 4, \qquad r = (0.9 + 0.8 + 0.5)/4 = 0.55$

PRP-Beispiel

System berechnet folgende Relevanzwahrscheinlichkeiten $P(R|q,d)$:
$(0.9, 0.8, 0.5, 0.4, 0.35, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.0)$
Benutzer schaut sich nur die ersten drei Dokumente an

1. Sei $C = 0$ und $\bar{C} = 2$.
   Wie hoch sind die erwarteten Kosten für den Nutzer?
2. Erwartete Precision?
3. Erwarteter Recall?

1. $EC(q,d) = C \cdot P(R|q,d) + \bar{C}(1 - P(R|q,d)) = 2 \cdot (1 - P(R|q,d))$
   $$EC(q) = 2 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.5 = 1.6$$
2. $p = (0.9 + 0.8 + 0.5)/3 = 0.73$
3. $\sum_i P(R|q,d_i) = 4, \qquad r = (0.9 + 0.8 + 0.5)/4 = 0.55$

Rechtfertigung in Bezug auf Qualitätsmaße

1. vorgegebene Anzahl gefundener Dokumente
   $\rightsquigarrow$ PRP maximiert erwarteten Recall und erwartete Precision
2. vorgegebener Recall
   $\rightsquigarrow$ PRP maximiert erwartete Precision

Rechtfertigung in Bezug auf Qualitätsmaße

1. vorgegebene Anzahl gefundener Dokumente
   $\rightsquigarrow$ PRP maximiert erwarteten Recall und erwartete Precision
2. vorgegebener Recall
   $\rightsquigarrow$ PRP maximiert erwartete Precision

Rechtfertigung in Bezug auf Qualitätsmaße

1. vorgegebene Anzahl gefundener Dokumente
   $\rightsquigarrow$ PRP maximiert erwarteten Recall und erwartete Precision
2. vorgegebener Recall
   $\rightsquigarrow$ PRP maximiert erwartete Precision

Zusammenfassung PRP

- Minimale Kosten bei Ordnung nach fallender Relevanzwahrscheinlichkeit
- (Kosten als Optimierungskriterium für Retrieval)
- PRP: Ordnung nach fallender Relevanzwahrscheinlichkeit liefert optimales Retrieval
- Dadurch theoretische Rechtfertigung für probabilistisches Retrieval
- Für andere Modelle lässt sich dieser Zusammenhang nicht beweisen
  (z.B. bei Ranking nach fallender Ähnlichkeit beim VRM oder „optimales Relevance Feedback“ gibt es keinen direkten Zusammenhang mit Retrievalqualität)

Zusammenfassung PRP

- Minimale Kosten bei Ordnung nach fallender Relevanzwahrscheinlichkeit
- (Kosten als Optimierungskriterium für Retrieval)
- PRP: Ordnung nach fallender Relevanzwahrscheinlichkeit liefert optimales Retrieval
- Dadurch theoretische Rechtfertigung für probabilistisches Retrieval
- Für andere Modelle lässt sich dieser Zusammenhang nicht beweisen
  (z.B. bei Ranking nach fallender Ähnlichkeit beim VRM oder „optimales Relevance Feedback“ gibt es keinen direkten Zusammenhang mit Retrievalqualität)

Zusammenfassung PRP

- Minimale Kosten bei Ordnung nach fallender Relevanzwahrscheinlichkeit
- (Kosten als Optimierungskriterium für Retrieval)
- PRP: Ordnung nach fallender Relevanzwahrscheinlichkeit liefert optimales Retrieval
- Dadurch theoretische Rechtfertigung für probabilistisches Retrieval
- Für andere Modelle lässt sich dieser Zusammenhang nicht beweisen
  (z.B. bei Ranking nach fallender Ähnlichkeit beim VRM oder „optimales Relevance Feedback“ gibt es keinen direkten Zusammenhang mit Retrievalqualität)

BIR Exercise

Compute the values of $O(R|d_m^T)$ via eqn. 1, estimating the parameters directly as relative frequencies.

$$p_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \qquad p_2 = \frac{7}{12}$$

$$s_1 = \frac{3}{8} \qquad s_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$O(R) = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$O(R|(1,1)) = O(R)\frac{p_1}{s_1}\frac{p_2}{s_2} = \frac{28}{9}$$

$$P(R|(1,1)) = \frac{O(R|(1,1))}{1+O(R|(1,1))} = \frac{28}{37} \approx 0.76$$

$$O(R|(1,0)) = O(R)\frac{p_1}{s_1}\frac{1-p_2}{1-s_2} = \frac{20}{9}$$

$$P(R|(1,0)) = \frac{O(R|(1,0))}{1+O(R|(1,0))} = \frac{20}{29} \approx 0.69$$

Exercise for the Zhai-Lafferty Model

Given the following collection of documents:

- $d_1 = (t_1, t_1, t_1, t_2)$
- $d_2 = (t_1, t_1, t_3, t_3)$
- $d_3 = (t_1, t_2, t_2)$
- $d_4 = (t_2)$

Now consider the query $q = (t_1, , t_2)$.
Compute the language model probabilities according to the Zhai-Lafferty model.
Let $\lambda = 0.5$ and assume $\alpha_d = 1$

Exercise for the Zhai-Lafferty Model (2)

$$P_{avg}(t_1) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \qquad P_{avg}(t_2) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}
P(t_1|d_1) &= 0.5(P_{ML}(t_1|d_1) + P_{avg}(t_1)) = 0.5(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}) = \frac{5}{8} \\
P(t_2|d_1) &= 0.5(P_{ML}(t_2|d_1) + P_{avg}(t_2)) = 0.5(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}) = \frac{7}{24} \\
P(q|d_1) &= P(t_1|d_1)P(t_2|d_1) = \frac{35}{192} \approx 0.18 \\
P(t_2|d_2) &= P_{avg}(t_2) = \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(q|d_1) &= \frac{35}{192} \approx 0.18 & P(q|d_3) &= \frac{5}{24} \approx 0.21 \\
P(q|d_2) &= \frac{1}{6} \approx 0.17 & P(q|d_4) &= \frac{1}{3} \approx 0.33
\end{aligned}$$